Fiche technique

Professeur : Mouad ZILLOU	Matière : Mathématiques

	Durée : 5 heures	Niveau : TCSF
Les capacités attendues	• Construire un vecteur de la forme $a\vec{u}+b\vec{v}$. • Exprimer les notions et les propriétés de la géométrie affine en utilisant l'outil vectoriel et réciproquement. • Résoudre des problèmes géométriques en utilisant l'outil vectoriel.	
Contenus du programme	• Egalité de deux vecteurs ; somme de deux vecteurs ; relation de Chasles. • Multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Colinéarité de deux vecteurs, alignement de trois points. • Définition vectorielle du milieu d'un segment.	
Recommandations pédagogiques	• On rappellera les définitions de la somme de deux vecteurs et de la multiplication d'un vecteur par un nombre réel, on introduira ensuite, à travers des activités simples, les propriétés $(a+b)\vec{u}=a\vec{u}+b\vec{u}$ et $a\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=a\vec{u}+a\vec{v}$ et $a\left(b.\vec{u}\right)=(ab)\vec{u}$ • La multiplication d'un vecteur par un nombre réel doit être liée d'une part au point M de la droite (AB) qui a pour abscisse x dans le repère (A,B) c'est-à-dire $AM = x.AB$; et d'autre part à l'interprétation vectorielle de l'alignement de trois points.	
Fichiers utilisés dans la préparation du cours	• Les orientations pédagogiques. • Livre d'élève (najah) • Des sites électroniques. • Distribution périodique du programme de mathématiques.	
Rôle de l'enseignant	- Ecrire l'activité au tableau - Marquer les difficultés - Répartir les tâches - Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle - Diagonaliser les prérequis des apprenants - Noter les observations	
Rôle de l'apprenant	- Ecrire les activités - Répondre aux questions de l'activité avec la justification de ses solutions. - Formuler les résultats de l'activité sous forme d'un théorème, une propriété… - Répondre aux exercices	

Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……

Etapes	Calcul vectoriel	Observations
Activité d'initiation	**I. Egalité de deux vecteurs—Somme de deux vecteurs** **☞Activité** Soient A,B,C et D quatre points du plan 1) Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ 2) Montrer que $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{BC}$; puis déduire la nature du quadrilatère $EFCB$	
Résumer du cours	**Propriété** On dit que deux vecteurs sont égaux si et seulement s'ils ont même direction, même sens et même norme. Soient A,B,C et D quatre points du plan $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ Signifie que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ Signifie que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$: **Relation de Chasles** Si on a A et B deux points confondus alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{BB}=\vec{0}$ **Remarque :** Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors $BCDA,CDAB$ et $DABC$ sont des parallélogrammes.	
Evaluation	**Application ①** Soit $ABCD$ un parallélogramme et soient I et J respectivement les milieux des segments $[AB]$ et $[DC]$ et K un point du segment $[AD]$. Montrer que $\overrightarrow{KI}+\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{KC}$.	
Résumer du cours	**II. Multiplication d'un vecteur par un nombre réel.** **1. Définition** Soit $\vec{u}$ un vecteur et soit k un nombre réel non nul $(k\neq 0)$. La multiplicité du vecteur $\vec{u}$ par k est le vecteur qu'on note $k\vec{u}$ ou $k.\vec{u}$ telle que : ▪ Si $k>0$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont même sens et $\left\|k\vec{u}\right\|=k\left\|\vec{u}\right\|$ ▪ Si $k<0$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont des sens contraires et $\left\|k\vec{u}\right\|=-k\left\|\vec{u}\right\|$ **2. Propriétés** : Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan et soient a et b deux nombres réels on a : ▪ $a\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=a\vec{u}+a\vec{v}$; $(a+b)\vec{u}=a\vec{u}+b\vec{u}$; $a\left(b\vec{u}\right)=(ab)\vec{u}$; ▪ $1.\vec{u}=\vec{u}$; $k\vec{u}=\vec{0}\Rightarrow k=0\_ou\_\vec{u}=\vec{0}$ **Exemple** : $5\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{7}{2}\overrightarrow{AB}$; $2\left(-3\overrightarrow{AB}\right)=-6\overrightarrow{AB}$; $2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=2\overrightarrow{AC}$ $3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ signifie que $\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ car $3\neq 0$	
Evaluation	**Application ②** 1) Simplifier les expressions vectorielles suivantes : $\vec{A}=2\left(\vec{u}+5\vec{v}\right)+3\left(\vec{u}-\vec{v}\right)$; $\vec{C}=\vec{u}+7\left(2\vec{u}+\vec{v}\right)-2\left(\vec{u}-4\vec{v}\right)$;	

$\vec{B}=18\vec{u}+3\left(-\vec{u}+4\vec{v}\right)+2\vec{v}$; $\vec{D}=3\left(\vec{u}-4\vec{v}\right)+4\left(\vec{u}+3\vec{v}\right)-7\vec{v}$

2) Soit x un nombre réel et soit $\vec{u}$ un vecteur non nul $\left(\vec{u}\neq\vec{0}\right)$; tels que $2x\vec{u}-\vec{u}=\vec{0}$

Activité

III. Colinéarité de deux vecteurs – Alignement de trois points

1) Simplifier les expressions vectorielles suivantes :

$$\vec{A}=2\left(\vec{u}+5\vec{v}\right)+3\left(\vec{u}-\vec{v}\right) \quad \text{et} \quad \vec{B}=18\vec{u}+3\left(-\vec{u}+4\vec{v}\right)+2\vec{v}$$

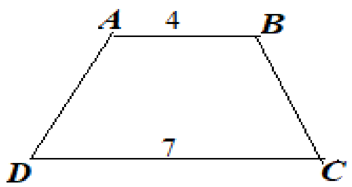
2) Déduire une relation vectorielle entre $\vec{A}$ et $\vec{B}$

Définition et propriété :

- Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.
  On dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** s'il existe un nombre réel non nul k tel que $\vec{u}=k\vec{v}$ ou $\vec{v}=k\vec{u}$
- Soient A, B et C trois points du plan.
  On dit que les points A, B et C sont **alignés** si et seulement les $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**.

Exemple

- Considérons le trapèze suivant :



On remarque que $\overrightarrow{AB}=\frac{4}{7}\overrightarrow{DC}$, ce qui entraine à dire que les vecteurs AB et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires.

- L'écriture $\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ signifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Par suite les points les points A, B et C sont **alignés**

Remarque :

Etant donné quatre points du plan A, B, C et D.

on a $(AB)//(CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{CD}$ tel que k un réel non nul.

Evaluation

Application ③ :

I)ABC un triangle et soient D et E deux points tels que $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

1) Construire la figure convenable.
2) Montrer que $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
3) Déduire la relation vectorielle entre $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD}$
4) Que peut-on dire sur l'alignement des points A, E et D.

II) $ABCD$ un parallélogramme

1) Placer le point M tel que $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
2) Placer le point M tel que $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AD}$
3) Montrer que $\overrightarrow{CM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$
4) Montrer que $\overrightarrow{NM}=\frac{9}{2}\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$
5) Déduire que $(MN)//(CM)$

IV. Milieu d'un segment :

1. Définition

Soit $[AB]$ un segment et soit I un point du plan.

On dit que I est le milieu du segment $[AB]$ si et seulement $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

2. Propriétés :

Propriété 1 :

Si I est le milieu du segment $[AB]$ alors "$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}$"

Preuve :

On a I est le milieu du segment $[AB]$

Donc $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ par conséquent $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$

Donc $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$; alors $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{IA}$ par conséquent $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}$

Propriété 2 :

Soit I est le milieu du segment $[AB]$et soit M un point du plan on a :

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$

Preuve :

On a $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{MI}$ car I le milieu du segment $[AB]$donc $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

Propriété 3 :

Soit ABC un triangle et soient I et J les milieux des segments $[AB]$et $[AC]$ respectivement. On a : $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ou $2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{BC}$

Preuve : On a $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{AJ}=2\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}\right)=2\overrightarrow{IJ}$

Evaluation

Exercices de synthèse

Exercice 01

ABC un triangle.

On considère I et J les milieux des segments $[AB]$ et $[AC]$ respectivement.

1) Montrer que $\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

2) Soient M et N deux points du plan tels que $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{CI}$

a. Quelle est la nature de quadrilatère $ACBN$ et $ABCM$? justifier la réponse

b. Montrer que les points A, M et N sont alignés.

Exercice 02

$ABCD$ un parallélogramme et M et N deux points du plan tels que : $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AD}$

1) Construire la figure

2) Montrer que $\overrightarrow{CM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) Montrer que les points C, M et N sont alignés.

4) Soit E le milieu du $[DN]$ et soit F le point du plan tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BF}$

Monter que C est le milieu de $[EF]$ et $(BD)//(EF)$