|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Etapes** | **Contenu** | **observations** |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Proposition – fonction propositionnelle***
2. ***Proposition***
3. Cocher la case convenable :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Enoncé*** | ***Vrai*** | ***Faux*** |
| Tout nombre pair est divisible par 4 |  |  |
| La somme de deux nombres pairs est un nombre pair  |  |  |
| La fonction  est une fonction paire  |  |  |
| Le nombre 214 est un multiple de 3 |  |  |

1. Y a-t-il des énoncés sont vrais et faux au même temps.
 | **60 minutes** |
| **Résumer du cours** | * ***Définition***

On appelle une ***proposition*** un énoncé mathématique (texte mathématique) qui a un sens pouvant être vrai ou faux (mais pas les deux en même temps), et se note souvent par les lettres P,Q ou R,.....***Remarque***  L’adjectif « vrai » ou « faux » qui accompagne la proposition s’appelle « ***valeur de vérité »*** Si P est une proposition vraie, on dit alors que la valeur de vérité de P est « Vrai » et se note « V » et Si P est une proposition fausse, on dit alors que la valeur de vérité de P est « faux » et se note « F ».Table de vérité

|  |
| --- |
| P |
| 1 | 0 |

|  |
| --- |
| P |
|  V | F |

Ou ***Exemples***  V   -1 est une solution de l’équation  F |
| * ***Opérations sur les propositions***
* ***Négation d’une proposition***

Etant donné une proposition  .***La négation*** de la proposition, est la proposition qui a une valeur de vérité « faux » si la proposition  est vraie, et une valeur de vérité « vrai » si la proposition  est fausse est se note  ou .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| ***V*** | ***F*** |
| ***F*** | ***V*** |

***Table de vérité*** ***Remarque***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Symbole*** | ***Négation*** |
| ***=*** |  |
| ***<*** |  |
| ***>*** |  |
|  | ***>*** |
|  | ***<*** |
|  |  |

 |
| **Evaluation** | ***Application➀*** Donner la négation des propositions suivantes, en précisant la valeur de vérité   ;   ;    |
| **Résumer du cours** | * ***Conjonction de deux propositions***

***La conjonction*** de deux proposition P et Q est la proposition qui est vrai uniquement si les deux propositions Pet Q sont vraies en même temps et se note (P et Q) ou ().***Table de vérité***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q |  |
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

 |
| **Evaluation** | ***Application➁*** Donner la valeur de vérité des propositions suivantes : ***et***  . 5 divise 35 ***et*** 5 est un nombre premier  Le nombre  ***et***  . 12 est un nombre impair ***et***   |
| **Résumer du cours** | * ***Disjonction de deux propositions***

***La disjonction*** de deux proposition P et Q est la proposition qui une valeur de vérité « vrai » si au moins l’un des deux propositions est vraie on la note (P ou Q) ou  .***Table de vérité***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q |  |
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

 | **120 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application ➂***Donner la valeur de vérité des propositions suivantes : ***ou***  . ***ou*** 5 est un nombre pair . ***ou***  . |
|  | * ***Implication de deux propositions***

***L’implication*** de deux proposition P et Q est la proposition qui une valeur de vérité « faux » si la proposition  est vraie et la proposition  est fausse et on la note .  : se lit  implique Q ou bien « si P alors Q ». |
| **Résumer du cours** | ***Table de vérité***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q |  |
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

 |
| **Evaluation**  | ***Application➃*** Donner la valeur de vérité des propositions suivantes : ;  3 est un nombre paire . ;  37 est un nombre premier  |
| **Résumer du cours** | ***Remarque*** * L’implication  s’appelle l’implication réciproque de .
* et  n’ont pas nécessairement même valeur de vérité.

***Exemple*** * 4 est un nombre pair ;  .

La proposition  est fausse mais la proposition  est vraie.* ;  36 divise 8.

La proposition est vraie et aussi la proposition  est vraie. |
| **Résumer du cours** | * ***Equivalence de deux propositions***

***L’équivalence*** de deux proposition P et Q est la proposition qui une valeur de vérité « vrai » si P et Q ont même valeur de vérité on la note.  : se lit  équivalente la proposition  .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q |  |
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

***Table de vérité*** |
| **Evaluation** | ***Application➄*** Donner la valeur de vérité des propositions suivantes : ABC un triangle rectangle en A  . . est un nombre paire . est un multiple de 5 |
| **Résumer du cours** | * ***Lois de Morgan***

Soient et  trois propositions on a  |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Fonction propositionnelle***

***Activité*** On considère l’expression suivante : 1. L’expression précédente s’agit-il d’une proposition ?
2. Donner la valeur de vérité de l’expression précédente si  et si
 |
| **Résumer du cours** | ***Définition*** On appelle ***fonction*** ***propositionnelle***, tout énoncé mathématique contient une ou plusieurs variables appartenant à un ensemble bien définie, et qui est susceptible d’être une proposition si on attribue à ses variables certaines valeurs particulier dans l’ensemble et se note  ***Exemple***   est une fonction propositionnelle  est vraie et  est fausse. est une fonction propositionnelle  est vraie et  est fausse. |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Quantificateurs***

***Activité*** Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes  Il existe au moins un nombre réel  tel que   Pour tout  on a   Pour tout  on a  | **60 minutes** |
|  | *Définition* Soit  une fonction propositionnelle telle que  est un ensemble bien défini. La proposition  est une proposition vraie lorsque on trouve au moins un  dans  pour lequel  est vraie.On dit dans ce cas « il existe un  appartenant à  tel que  soit vraie »Le symbole  s’appelle ***le quantificateur existentiel.*** La proposition  est une proposition vraie lorsque les propositions  soient vraies pour tout  dans .On dit dans ce cas « pour tout  appartenant à , soit vraie »Le symbole  s’appelle ***le quantificateur universel.******En particulier :***S’il existe un seul élément  dans  vérifier  , alors dans ce cas on écrit .Le symbole  s’appelle ***quantificateur d’existence et d’unicité*** |
| **Résumer du cours****Résumer de cours** | *Exemple*  On considère la fonction propositionnelle suivante :   ;  ;    |
|  | *Question :*Donner la valeur de vérité des propositions suivantes : ; Que remarquez-vous ? |
| **Résumer du cours** | *Remarque* : * L'ordre des quantificateurs de même nature n'a aucune importance pour déterminer le sens du terme quantifié.
* L'ordre des quantificateurs de nature différents est important pour déterminer le sens du terme quantifié.
 |
| **Evaluation**  | *Exercice 1 de la série* |
| **Résumer du cours** | * ***Négation d’une proposition quantifiée***

***Propriété*** Soit  une fonction propositionnelle La négation de la proposition  est la proposition . La négation de la proposition  est la proposition .***Exemple*** * La négation de la proposition  est la proposition.
* La négation de la proposition  est la proposition.
 |
|  | ***Application➅*** Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes, puis donner leur négation. ;   ;  .  ;  ; . |
|  |  Exercice 02 de la série  |  |
| **Résumer de cours** | *Raisonnements mathématiques**Raisonnement par la contraposition* *Définition*Etant donné deux propositions  et  Pour montrer que la proposition  est vraie, il suffit de montrer que  est vraie.Ce raisonnement est basé sur la loi logique suivant ***Exemple*** Montrer que  ;  Pour montrer  ;  il suffit de montrer que  ;On a Donc d’après le raisonnement par le contraposé on a  ; . | **120 minutes** |
| **Evaluation**  | ***Application➆*** : **Exercice 04 de la série**  |
| **Résumer du cours** | 1. ***Raisonnement par équivalences successives***

***Propriété*** Soient  et  trois propositions Raisonnement par l’équivalence est basé sur la loi logique suivant : « Si  et  alors  » .***Exemple***Soit  ; montrer que  On a  |
|  | ***Application➇*** * Soit  montrer que
* ;
* Soient  et  deux nombres réels tels  et  montrer que
* et
 |
| **Evaluation**  | ***Exercice 05 de la série*** |
| **Résumer de cours** | 1. ***Raisonnement par disjonction des cas***

***Propriété*** Etant donné deux propositions  et  Il faut que les deux propositions et  soient vraies.***Exemple*** Résoudre dans  l’équation suivante :  ***Premier cas*** : si  alors  Donc l’équation  devient  c.-à-d.  par conséquent  ***Deuxième cas*** : si  alors Donc l’équation  devient  c.-à-d.  par conséquent  D’où   |
| **Evaluation**  | ***Application➈*** : Exercice 03 de la série |
| **Résumer du cours** | 1. ***Résonnement par contre-exemple***

***Exemple*** Montrer que  est fausse Si  alors  ce qui est impossible par conséquent  est fausse. | **120 minutes**  |
| **Evaluation**  | ***Application➉*** Montrer que les propositions suivantes sont fausses * le nombre  est un nombre impair
* le nombre  est un nombre premier.
 |
| ***Exercice 06 de la série*** |
| **Activité** | 1. ***Raisonnement par l’absurde***

***Activité*** Soient  et  deux propositions telles que  et  est une proposition vraieSi  est fausse, que peut-on dire pour la valeur de vérité de . |
|  | ***Règle*** Soit  une proposition. Pour montrer que la proposition  est vraie, on suppose que est fausse puis trouver la contradiction avec les données d’exercices et le prérequis. |
|  | ***Exemple*** Montrer On suppose que  alors   |
| **Résumer du cours** | On a On a  Donc l’équation n’a pas de solutions ; donc il y a une contradiction Par conséquent  |
| **Evaluation** | ***Application➀➀*** 1. Montrer que  ;
2. un triangle de côtés  et . Montrer que le triangle  n’est pas rectangle en  .
3. Soient  tels que  etMontrer que  ,  et
 |
| **Résumer du cours** | 1. ***Résonnement par récurrence***

***Propriété*** Soit  une fonction propositionnelle et  tel que  Pour montrer que  est vraie, on suit les étapes suivantes :  Vérifier que  est vraie Supposer que est vraie. Montrer que est vraie Conclure que  est vraie D’après le principe de récurrence on a .***Remarque*** En utilisant le principe de récurrence si  est un nombre entier naturel.***Exemple*** Montrer que  Pour  on a  est une proposition vraieSupposons que  est vraie et Montrer  c.-à-d Mq On a Or  Alors  d’après le principe de récurrence on a . |
| **Evaluation** | ***Application➀➁*** 1. Soit . Montrer que
*
*
* Le nombre  est un multiple de 3.
1. Montrer
 |