***Fiche technique***

|  |  |
| --- | --- |
| **Matière : Mathématiques** | **Professeur : Mouad Zillou** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Niveau : TCSF** | **Durée : 15 heures** |  |
| * Identifier la variable et son ensemble de définitions pour une fonction définie par un tableau de données, une courbe ou une formule. * Lire l’image d’un nombre et déterminer-en le nombre de ses images grâce à la représentation graphique de la fonction. * Conclure les variations de fonction ou les valeurs maximales et minimales de la représentation graphique. * Utiliser la représentation graphique pour résoudre certaines équations et inéquations * Tracer la courbe d’une fonction polynôme ou fonction homographe dans un même repère. * Exprimer des situations dérivées de la réalité ou d’autres matériaux en utilisant le concept de fonction. | | **Les capacités attendues** |
| * Généralités * Variations d’une fonction * Valeur maximale et valeur minimale d’une fonction sur un intervalle * Représentation graphique des fonctions :  ;  ;    ;  ; | | **Contenus du programme** |
| * Renforcer les acquis des élèves. * Approcher le concept de la fonction numérique et sa représentation graphique. * Résoudre divers problèmes tout en tenant compte des valeurs minimales et maximales d'une fonction. * Utiliser la calculatrice scientifique en identification d'image ou en calculatrice programmable pour créer des courbes. * Proposer des problèmes qui conduisent à des équations difficiles à résoudre géographiquement et d'identifier des solutions qui leur sont étroitement liées. | | **Recommandations pédagogiques** |
| * Les orientations pédagogiques. * Livre d’élève (najah) * Des sites électroniques. * Distribution périodique du programme de mathématiques. | | **Fichiers utilisés dans la préparation du cours** |
| * Ecrire l’activité au tableau * Marquer les difficultés * Répartir les tâches * Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle * Diagonaliser les prérequis des apprenants * Noter les observations | | **Rôle de l’enseignant** |
| * Ecrire les activités * Répondre aux questions de l’activité avec la justification de ses solutions. * Formuler les résultats de l’activité sous forme d’un théorème, une propriété… * Répondre aux exercices | | **Rôle de l’apprenant** |

**Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Etapes*** | ***Contenu du cours*** | ***observ*** |
|  | 1. ***Fonction numérique d’une variable réelle***   ***Activité :***  On considère un rectangle de longueur  et de largeur  tel que  un réel supérieur strictement à 2.  On désigne par  la surface de ce rectangle   1. Déterminer l’expression de 2. Déterminer la surface du rectangle si  et si 3. Déterminer les valeurs possibles de  si  et si |  |
|  | ***Définition***  Soit  une partie de On appelle fonction numérique, qu’on note  toute relation qui a associée chaque nombre réel  de D par un seul nombre réel  qu’on note  et on écrit :    * : S’appelle **l’image** de  par la fonction * Le nombre  s’appelle **antécédent** de  par la fonction |  |
|  | On considère une fonction numérique définie par Déterminer les images de 1 ; -2 et 3 par la fonction  Déterminer les antécédents, s’ils existent, des nombres suivants 0, 5 et -4 par la fonction |  |
|  | 1. ***Ensemble de définition d’une fonction numérique***  ***Activité :*** Soit  une fonction numérique définie par   1. Déterminer les images de 0 ; 2 ; 2. Peut-on calculer les images de 1 et -1 par la fonction  ? |  |
|  | ***Définition***  On appelle **ensemble de définition** d’une fonction numérique , l’ensemble des nombres réels  pour lesquels l’image  est **bien définie** et se note souvent  On écrit .  ***Remarque***   * est définie sur un I si et seulement si I est inclus dans . * Pour déterminer l’ensemble de définition d’une fonction  ; il faut éliminer tous les nombres réels pour lesquels le dénominateur est nul et ce qui sous le symbole de la racine carrée est négatif. * ***Techniques :*** * Soient  et  deux fonctions polynômes.  |  |  | | --- | --- | | ***Ensemble* *de* *définition*** | ***Fonction*** | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  |   ***Exemple :***  car  est une fonction polynôme  On a . |  |
|  | Déterminer l’ensemble de définition des fonctions suivantes :   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | |  | |  | | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  |
|  | 1. ***Egalité de deux fonctions numériques :***   ***Définition :***  Soient  et  deux fonctions numériques et  et  ses ensembles de définitions respectives.  On dit que  et g sont égales si les deux conditions suivantes sont vérifiées :    * Pour tout  de D on a   ***Exemple :***  On considère les fonctions suivantes :  et  Etudions l’égalité de  et   * On a  et  donc * Pour tout x de D on a   Par conséquent |  |
|  | Etudier l’égalité des fonctions suivantes :   * et  ; \*  et * et |  |
|  | 1. ***Représentation graphique d’une fonction***   ***Définition***  Le plan est rapporté à un repère orthonormé  Soit  une fonction numérique et  son ensemble de définition.  On appelle **représentation** **graphique** ou une **courbe** de la fonction  , qu’on note  l’ensemble de points  du plan tel que  et  .  L’équation  s’appelle équation de la courbe. |  |
|  | 1. Soit  une fonction numérique définie par  et sa courbe.   Parmi les points suivants déterminer ceux qui appartient à en justifiant la réponse.  ;  ;  et   1. La figure ci-dessous montre la courbe d’une fonction      1. Déterminer l’ensemble de définition de la fonction 2. Déterminer les images de -3 ;0 et 4 3. Déterminer les antécédents de 2 et -2 4. Déterminer les points d’intersection de la courbe avec les axes du repère. |  |
|  | ***Remarque***   * Pour déterminer les points d’intersection de la courbe d’une fonction avec **l’axe des abscisses** on résoudre l’équation  sachant que . * **Si**  ; alors le point d’intersection de  avec **l’axe des ordonnés** est |  |
|  | ***S***oit  une fonction numérique définie par  et sa courbe.  Déterminer les points d’intersection de avec les axes du repère. |  |
|  | 1. ***Parité d’une fonction numérique*** 2. ***1. Fonction paire***   Soit une fonction  et sa courbe comme suit     1. Déterminer l’ensemble de définition 2. Compléter le tableau suivant :  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | |  |  |  |  |  |  |  |  1. Comparer  et  puis  et 2. Que peut-on déduire pour  et  pour tout 3. Qu’elle la propriété géométrique vérifie par |  |
|  | ***Définition***  Soit  une fonction numérique et son ensemble de définition.  On dit que  est une fonction **paire** si les deux conditions suivantes soient vérifiées :   * Pour tout  on a * Pour tout  on a   ***Propriété***  La fonction est dite **paire** si et seulement si, sa **courbe** est **symétrique** par rapport à **l’axe des ordonnés** |  |
|  | 1. ***Fonction impaire***   ***Activité***  On considère une fonction g définie par sa courbe ci-dessous     1. Déterminer  l’ensemble de définition 2. Comparer  et  puis  et 3. Que peut-on déduire pour  et  pour tout 4. Qu’elle la propriété géométrique vérifie par |  |
|  | ***Définition***  Soit  une fonction numérique et son ensemble de définition.. On dit que  est une fonction **impaire** si les deux conditions suivantes soient vérifiées :  Pour tout  on a  Pour tout  on a  ***Propriété***  La fonction est dite **impaire** si et seulement si, sa **courbe** est **symétrique** par rapport à **l’origine du repère**.  ***Exemples***   * Soit f une fonction définie par : ; * Pour tout  on a * Pour tout  ;   Donc la fonction  est une fonction paire.   * Soit  une fonction définie par : ; * Pour tout  on a * Pour tout  ;  ; Donc la fonction  est une fonction impaire. |  |
|  | ***Application***  Etudier la parité des fonctions suivantes :   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | |  |  |  | |  |
|  | 1. ***Variations d’une fonction numérique***   Soit  une fonction numérique définie par la courbe ci-dessous :     1. Déterminer  l’ensemble de définition 2. Comment se comporte  dans l’intervalle . 3. Comment se comporte  dans l’intervalle  . 4. Comment se comporte  dans l’intervalle  . 5. Compléter le tableau suivant     *Ce tableau s’appelle tableau de variation de la fonction* |  |
|  | 1. ***Propriété***   Soit f une fonction définie sur I et soient et deux nombres réels dans ISi  et  alors on dit que la fonction est **strictement croissante** sur I   * Si  et  alors on dit que la fonction  est **strictement décroissante** sur I. * Si  et alors on dit que la fonction  est **constante** sur I. * On dit que  est **strictement monotonie** sur I, si et seulement si,  est **strictement** **croissante** ou **strictement décroissante** sur I. |  |
|  | Soit  une fonction définie sur  par   1. Etudier la parité de  pour tout  de . 2. Etudier la monotonie de  sur . 3. Etudier la monotonie de  sur . 4. Dresser le tableau de variation sur |  |
|  | 1. ***Taux de variation***   ***Définition***  Soit  une fonction définie sur I.  Soient  et  deux nombres réels **distincts** de I.  Le nombre réel  tel que  s’appelle **taux de variations** de la fonction  entre a et b.  ***Propriété***  Soit  une fonction numérique définie sur I et  son taux de variations.   * Si  alors la fonction  est **strictement croissante** sur I. * Si  alors la fonction  est **strictement décroissante** sur I. * Si alors la fonction  est **constante** sur I.   ***Exemple***  Soit une fonction définie par  Soient  et  deux nombres réels distincts de  On a  Donc  Or on a par conséquent  Donc la fonction  est strictement croissante sur |  |
|  | Soit  une fonction numérique définie sur  par   1. Montrer que le taux de variations  pour tous  et  distincts de  est 2. Etudier la monotonie de la fonction  sur chacun des intervalles suivants  et 3. Dresser le tableau de variation sur . |  |
|  | 1. ***Monotonie et parité d’une fonction***   ***Propriété***  Soit une fonction numérique et  son ensemble de définition symétrique par rapport à 0 et soit I un intervalle de  et J son symétrique par rapport à 0   * **Si**  **est paire :** * Si  est croissante sur I alors est décroissante sur J * Si est décroissante sur I alors est croissante sur J. * **Si** **est impaire.** * La fonction  garde le même sens de variations sur I et sur J. |  |
|  | Le tableau présente les variations d’une fonction   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | -6 -2 0 2 6 | | | |  | 3  -1 |  |  | |  1. Déterminer  l’ensemble de définition de la fonction . 2. Compléter le tableau si  est **paire**. 3. Compléter le tableau si  est **impaire**. |  |
|  | 1. ***Maximum et minimum d’une fonction***   ***Définition***  Soit  une fonction définie sur I et soit  un élément de I.   * On dit  est un **minimum** (une **valeur** **minimale**) de  sur I si pour tout  de I on a . * On dit  est un **maximum** (une **valeur** **maximale**) de  sur I si pour tout  de I on a * On dit que  est un **extremum** de  sur I si  est une valeur maximale ou une valeur minimale de sur I. |  |
|  | Soit une fonction définie par   1. Montrer que 2 est le minimum de  sur 2. Montrer que -2 est le maximum de  sur |  |
|  | 1. ***Résolution graphique des équations et des inéquations***   ***Propriété :***  Soient  et  deux fonctions numériques et et ses courbes respectives dans un repère orthonormé et .   * Les solutions de l’équation  sont les abscisses des points d’intersection de avec la droite de l’équation  . * L’ensemble de solutions de l’inéquation (respectivement ) est les intervalles (ou union des intervalles) dans lesquels  situe **au**-**dessus** (respectivement **au**-**dessous**) de la droite d’équation . * Les solutions de l’équation  sont les abscisses de points d’intersection de et   L’ensemble de solutions de l’inéquation (respectivement ) est les intervalles (ou union des intervalles) dans lesquels  situe **au**-**dessus** (respectivement **au**-**dessous**) de . |  |
|  | Soient  et  deux fonctions définies sur  la figure suivante illustre ses courbes :    Résoudre graphiquement :   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | |  |  |  |  | |  |  | |  | |  |
|  | 1. ***Parabole et Hyperbole***    * + 1. ***Parabole* :**   ***Fonction***  ***Activité***  **1)** Soit  une fonction définie sur  par  et sa courbe dans un repère orthonormé.   1. Etudier la parité de la fonction . 2. Déduire la propriété géométrique de 3. Etudier la monotonie sur  puis déduire la monotonie sur . 4. Dresser le tableau de variation sur 5. Construire la courbe de la fonction  dans un repère orthonormé. 6. Refaire les mêmes questions pour la fonction g qui est définie par |  |
|  | ***Définition***  Soit .La courbe représentative de la fonction définie par  dans un repère orthonormé s’appelle une **parabole** de sommet l’origine du repère et l’axe des ordonnés son axe de symétrie.  ***Propriété***  Soit .  Les variations de la fonction .   * Si  alors la fonction est **croissante** sur  et **décroissante** sur * Si  alors la fonction est **croissante** sur  et **décroissante** sur * Le tableau de variationsde la fonction est :  |  |  | | --- | --- | | * **Si** | * **Si** | |  |  | |  |
|  | Soit  une fonction sur définie par  et sa courbe dans un repère orthonormé.   1. Dresser le tableau de variation sur . 2. Donner la nature de en précisant ses éléments caractéristiques. 3. Construire . |  |
|  | 1. ***Fonction***   ***Définition***  Soient et  des nombres réels tels que .  La courbe représentative de la fonction définie par  dans un repère orthonormé est une parabole de sommet  et la droite d’équation  son axe de symétrie. |  |
|  | ***Propriété :***  Soient et  des nombres réels tels que .  Les variations de la fonction .   * Si  alors la fonction est **croissante** sur  et **décroissante** sur * Si  alors la fonction est **croissante** sur  et **décroissante** sur   Le tableau de variationsde la fonction est :   |  |  | | --- | --- | | * **Si** | * **Si** | |  |  | |  |
|  | 1. Soit  une fonction définie par .Déterminer la nature de  en Précisant ses éléments caractéristiques. 2. Étudier les variations de la fonction  puis dresser le tableau de variations dans les cas suivants :  &  &  & 3. Soit  une fonction définie sur  par  et  sa courbe dans un repère orthonormé. 4. Déterminer la nature de en précisant ses éléments caractéristiques. 5. Étudier les variations de  sur  puis dresser le tableau de variations. 6. Construire 7. Dans le repère précédent, construire la courbe de la fonction  qui est définie par . Que remarquez-vous ?   ***Remarque :***  On peut construire la courbe de la fonction   à partir de la courbe d’une fonction  en utilisant une translation de vecteur . |  |
|  | * + - 1. ***Hyperbole :***   ***Fonction***  ***Introduction*:**  On considère la fonction  définie par  et  sa courbe dans un repère orthonormé.  L’ensemble de définition  Parité :donc la fonction est impaire donc sa courbe est symétrique par rapport à l’origine du repère.  Monotonie :  Soient  et  dans  ;  On a le taux de variations de  entre  et est  On a pour tous  et de  on a .  Donc le signe de T est le signe de   * Si  ; c’est-à-dire  ; alors  par conséquent  est strictement croissante sur. * Si  ; c’est-à-dire  ; alors  par conséquent  est strictement décroissante sur.   Tableau de variations**:**  Le tableau de variation de la fonction  est :   |  |  | | --- | --- | | * **Si** | * **Si** | |  |  |   La représentation graphique  La courbe de la fonction  s’appelle une **hyperbole** de centre O et d’asymptotes les droites d’équations  et |  |
|  | 1. On considère une fonction  définie sur  par 2. Déterminer la nature de la courbe en précisant ses éléments. 3. Étudier les variations de  sur 4. Dresser le tableau de variations. 5. Construire la courbe de la fonction  dans un repère orthonormé. 6. Refaire les mêmes questions à la fonction g définie sur par |  |
|  | ***Fonction homographique :***  ;  ***Définition***  Soient  et  des nombres réels  .  Si  et  alors toute fonction s’écrit sous forme  ; s’appelle une fonction homographique.  Exemple :  est une fonction homographique car  et  ***Remarque*** :  Si  alors la fonction définie par  est une fonction constante.  ***Forme réduite d’une fonction réduite*** :  ***Définition*** :  Soit  une fonction homographique.  Il existe trois nombre réels  ;  et  tels que  L’écriture  s’appelle forme réduite de la fonction . |  |
|  | ***Exemple*** :    Donc |  |
|  | Donner la forme réduite des fonctions suivantes :    ;   ; |  |
|  | ***Propriété :***  Si une fonction homographique alors  Donc le tableau de variations de  est comme suit :   |  |  | | --- | --- | | * **Si** | * **Si** | |  |  |   ***Exemple :***  Dresser le tableau de variation de la fonction  définie par  On  Or  donc  est strictement décroissante sur  Donc le tableau de variation de la fonction  est comme suit :    ***Propriété :***  La courbe de la fonction de la forme  est une **hyperbole** de centre et d’asymptotes  et .  ***Remarque :***  On peut construire la courbe de la fonction  à partir de la courbe d’une fonction  en utilisant une translation de vecteur . |  |