

## *Fiche technique*

<b>Prof : Mouad ZILLOU</b>	<b>Durée : 5 heures</b>	<b>La projection dans le plan</b>	<b>Niveau : TCSF</b>
<b>Les capacités attendues</b>	Traduire vectoriellement le théorème de Thalès.		
<b>Contenus du programme</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• La projection sur une droite, la projection orthogonale, la projection sur un axe</li><li>• Théorème de Thalès : sens direct et sens réciproque</li><li>• Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs.</li></ul>		
<b>Recommandations pédagogiques</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• On évitera toute construction théorique de la notion de projection.</li><li>• On rappellera le théorème de Thalès (sens direct et sens réciproque) puis on introduira à partir d'activités, la propriété de la conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs par la projection.</li></ul>		
<b>Fichiers utilisés dans la préparation du cours</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Les orientations pédagogiques.</li><li>• Livre d'élève.</li><li>• Des sites électroniques.</li><li>• Distribution périodique du programme de mathématiques.</li></ul>		
<b>Rôle de l'enseignant</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire l'activité au tableau</li><li>• Marquer les difficultés</li><li>• Répartir les tâches</li><li>• Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle</li><li>• Diagonaliser les prérequis des apprenants</li><li>• Noter les observations</li></ul>		
<b>Rôle de l'apprenant</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire les activités</li><li>• Répondre aux questions de l'activité avec la justification de ses solutions.</li><li>• Formuler les résultats de l'activité sous forme d'un théorème, une propriété...</li><li>• Répondre aux exercices</li></ul>		

**Outils didactiques** : Tableau, livre, craie, marqueurs .....

Durée	Activités	Résumer du cours	Evaluation et remarques
1h	<p><b>Activité</b></p> <p>On considère la figure suivante :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La droite <math>(D)</math> présente le sens des rayons issus du soleil <math>(S)</math>.</li> <li>• La <math>(\Delta)</math> droite présente le sol.</li> </ul> <p>1) Représenter sur la droite <math>(\Delta)</math> les points <math>A'</math>, <math>B'</math> et <math>C'</math> les ombres de <math>A</math>, <math>B</math> et <math>C</math> respectivement.</p> <p>Qu'elle est l'ombre des segments <math>[AB]</math> et <math>[BC]</math></p>	<p><b><u>I. Projection sur une droite</u></b></p> <p><b>1. <u>Projection sur une droite parallèlement à une droite</u></b></p> <p><b>Définition</b></p> <p>Soient <math>(\Delta)</math> et <math>(D)</math> deux droites sécantes et soient <math>M</math> et <math>M'</math> deux points du plan tels que <math>M' \in (D)</math> et <math>(MM') // (\Delta)</math>.</p> <p>Le point <math>M'</math> s'appelle le projeté du point <math>M</math> sur la droite <math>(D)</math> parallèlement à la droite <math>(\Delta)</math> et on écrit <math>p_{(D)//(\Delta)}(M) = M'</math>.</p> <p><b>2. <u>Cas particulier : projection orthogonale :</u></b></p> <p><b>Définition</b></p> <p>Soient <math>(\Delta)</math> et <math>(D)</math> deux droites perpendiculaires et soient <math>M</math> et <math>M'</math> deux points du plan.</p> <p>Soit point <math>M'</math> le projeté du point <math>M</math> sur la droite <math>(D)</math> parallèlement à la droite <math>(\Delta)</math>.</p> <p><math>M'</math> s'appelle le projeté orthogonal du point <math>M</math> sur la droite <math>(D)</math>.</p>	<p><b><u>Remarque :</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si <math>M \in (D)</math> alors le projeté du point <math>M</math> sur la droite <math>(D)</math> et lui-même ; on dit que le point est <b>invariant</b> par la projection.</li> <li>• Si <math>M'</math> est le projeté du point <math>M</math> sur la droite <math>(D)</math> parallèlement à la droite <math>(\Delta)</math> alors <math>(MM') // (\Delta)</math></li> </ul> <hr/> <p><b><u>Exercice 01</u></b></p> <p>On considère la figure suivante :</p> <p>Telle que <math>F'</math>, <math>E'</math> et <math>D'</math> sont les projetés des points <math>F</math>, <math>E</math> et <math>D</math> sur <math>(AC)</math> respectivement.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Montrer que <math>(FF') // (EE')</math></li> <li>2) Montrer que <math>DDFF'D'</math> est un trapèze.</li> </ol>

2h

## II. Théorème de Thales

### 1. Théorème de Thales direct

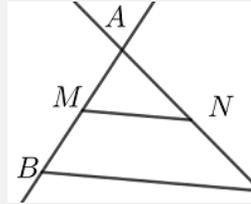
#### Propriété :

Soient  $(D_1)$  et  $(D_2)$  deux droites sécantes en un point  $A$ .

Soient  $B$  et  $M$  deux points de  $(D_1)$  distincts de  $A$ .

Soient  $C$  et  $N$  deux points de  $(D_2)$  distincts de  $A$ .

Si  $(MN) \parallel (BC)$  alors on a  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



#### ⇒ L'écriture vectorielle du théorème de Thales direct :

Si les points  $A, B$  et  $M$  sont alignés et les points  $A, C$  et  $N$ , aussi, sont alignés ; alors il existe un nombre réel non nul  $k$  tel que :  $\vec{AM} = k \cdot \vec{AB}$  et  $\vec{AN} = k \cdot \vec{AC}$  et  $\vec{MN} = k \cdot \vec{BC}$

#### ⇒ Théorème de Thales direct par la projection

Soient  $(D_1)$  et  $(D_2)$  deux droites sécantes et  $A, B$  et  $C$  trois points alignés et la droite  $(AB)$  n'est pas parallèle à  $(D_1)$  et  $(D_2)$ .

Si  $A', B'$  et  $C'$  sont respectivement les projetés des points  $A, B$  et  $C$  sur

$(D_2)$  parallèlement à  $(D_1)$  alors on a :  $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

### 2. Réciproque du théorème de Thales

#### Propriété :

Soient  $(D_1)$  et  $(D_2)$  deux droites sécantes en un point  $A$ .

• Soient  $B$  et  $M$  deux points de  $(D_1)$  distincts de  $A$ .

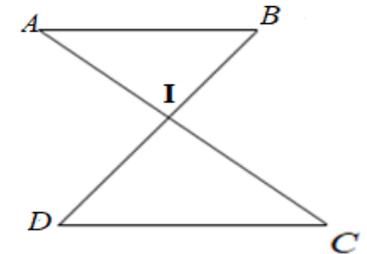
• Soient  $C$  et  $N$  deux points de  $(D_2)$  distincts de  $A$ .

Si les points  $A, B$  et  $M$  et les points  $A, C$  et  $N$  dans le même ordre et

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  alors  $(MN) \parallel (BC)$

### Exercice 02

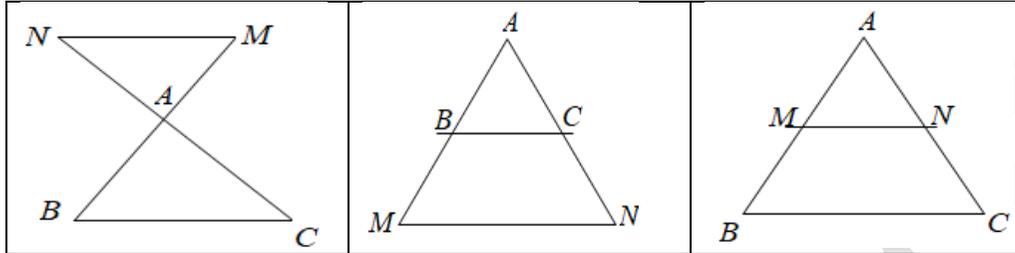
On considère la figure suivante



Telle que :

- $(AB) \parallel (DC)$
- $DI = 54$  ;  $IA = 9$
- $IB = x$  ;  $IC = 45$

Déterminer la valeur de  $x$



**Exemples :**

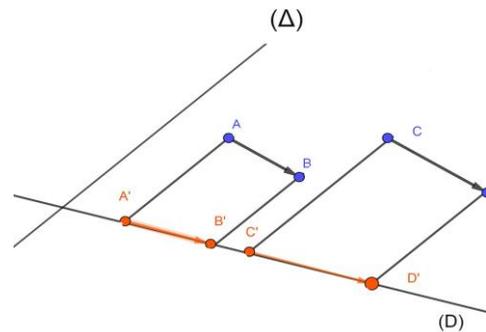
Dans ces cas on les points  $A, B, M$  et les points  $A, C$  et  $N$  dans le même ordre et  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  ; ce qui entraîne à dire que  $(MN) // (BC)$

**III. Conservation de coefficient de colinéarité**

**Propriété**

Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes et soient  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  deux vecteurs colinéaires alors il existe un nombre réel non nul  $k$  tel que  $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}$   
 Si  $A', B', C'$  et  $D'$  sont respectivement les projetés des points  $A, B, C$  et  $D$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  alors  $\overrightarrow{A'B'} = k \cdot \overrightarrow{C'D'}$ .

On dit que la projection **conserve le coefficient de colinéarité**.  
 $k$  : s'appelle coefficient de colinéarité.



**Exercice 03**

Soit  $ABC$  un triangle et soient  $D$  un point de la droite  $(BC)$  ( $D \notin [BC]$ ) et  $O$  un point du plan tel que  $\overrightarrow{AO} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AD}$ .

Soient  $E$  et  $F$  deux points du plan tels que :

$E$  Le projeté du point  $D$  sur la droite  $(AC)$  parallèlement à la droite à  $(OC)$ .

$F$  Le projeté du point  $D$  sur la droite  $(AB)$  parallèlement à la droite à  $(OB)$ .

- 1) Montrer que  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AE}$
- 2) Montrer que  $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AF}$
- 3) Montrer que  $(EF) // (BC)$