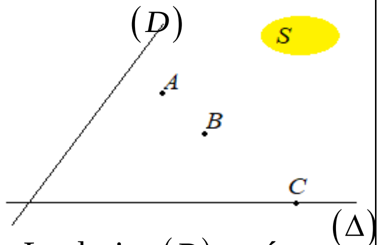
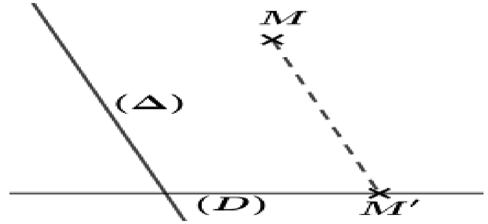
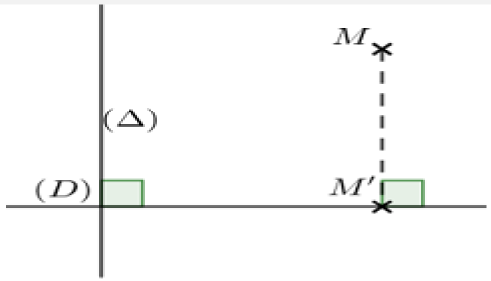
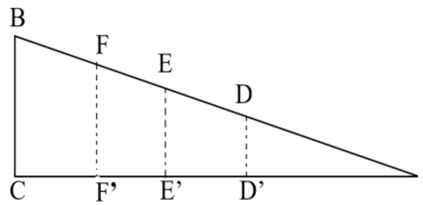
Fiche technique

Prof : Mouad ZILLOU	***Durée : 5 heures***	***La projection dans le plan***	***Niveau : TCSF***
Les capacités attendues	Traduire vectoriellement le théorème de Thalès.		
Contenus du programme	• La projection sur une droite, la projection orthogonale, la projection sur un axe • Théorème de Thalès : sens direct et sens réciproque • Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs.		
Recommandations pédagogiques	• On évitera toute construction théorique de la notion de projection. • On rappellera le théorème de Thalès (sens direct et sens réciproque) puis on introduira à partir d'activités, la propriété de la conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs par la projection.		
Fichiers utilisés dans la préparation du cours	• Les orientations pédagogiques. • Livre d'élève. • Des sites électroniques. • Distribution périodique du programme de mathématiques.		
Rôle de l'enseignant	• Ecrire l'activité au tableau • Marquer les difficultés • Répartir les tâches • Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle • Diagonaliser les prérequis des apprenants • Noter les observations		
Rôle de l'apprenant	• Ecrire les activités • Répondre aux questions de l'activité avec la justification de ses solutions. • Formuler les résultats de l'activité sous forme d'un théorème, une propriété… • Répondre aux exercices		

Outils didactiques : Tableau, livre, craie, marqueurs …..

Durée	Activités	Résumer du cours	Evaluation et remarques

1h	***Activité***
	On considère la figure suivante :
	
	• La droite (D) présente le sens des rayons issus du soleil (S).
	• La (Δ) droite présente le sol.
	1) Représenter sur la droite (Δ) les points A', B' et C' les ombres de A B et C respectivement.
	Qu'elle est l'ombre des segments $[AB]$ et $[BC]$
		I. Projection sur une droite
		1. Projection sur une droite parallèlement à une droite
		Définition
		Soient (Δ) et (D) deux droites sécantes et soient M et M' deux points du plan tels que $M' \in (D)$ et $(MM')//(\Delta)$.
		Le point M' s'appelle le projeté du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) et on écrit $p_{(D)//(\Delta)}(M) = M'$.
		
		2. Cas particulier : projection orthogonale :
		Définition
		Soient (Δ) et (D) deux droites perpendiculaires et soient M et M' deux points du plan.
		Soit point M' le projeté du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ).
		M' :S'appelle le projeté orthogonal du point M sur la droite (D).
		
			Remarque :
			• Si $M \in (D)$ alors le projeté du point M sur la droite (D) et lui-même ; on dit que le point est **invariant** par la projection.
			• Si M' est le projeté du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) alors $(MM')//(\Delta)$
			
			Exercice 01
			On considère la figure suivante :
			
			Telle que F', E' et D' sont les projetés des points F, E et D sur (AC) respectivement.
			1) Montrer que $(FF')//(EE')$
			2) Montrer que $DFF'D'$ est un trapèze.

2h

II. Théorème de Thales

1. Théorème de Thales direct

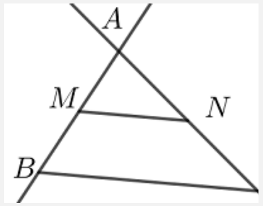
Propriété :

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.

Soient B et M deux points de (D_1) distincts de A.

Soient C et N deux points de (D_2) distincts de A.

Si $(MN)//(BC)$ alors on a $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$



⇨ ***L'écriture vectorielle du théorème de Thales direct :***

Si les points A, B et M sont alignés et les points A, C et N ,aussi ,sont alignés ; alors il existe un nombre réel non nul k tel que : $\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=k.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{MN}=k.\overrightarrow{BC}$

⇨ ***Théorème de Thales direct par la projection***

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes et A, B et C trois points alignés et la droite (AB) n'est pas parallèle à (D_1) et (D_2).

Si A', B' et C' sont respectivement les projetés des points A, B et C sur (D_2) parallèlement à (D_1) alors on a : $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$

2. Réciproque du théorème de Thales

Propriété :

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.

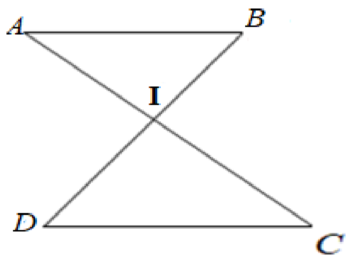
- Soient B et M deux points de (D_1) distincts de A.
- Soient C et N deux points de (D_2) distincts de A.

Si les points A, B et M et les points A, C et N dans le même ordre et $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ alors $(MN)//(BC)$

Exemples :

Exercice 02

On considère la figure suivante

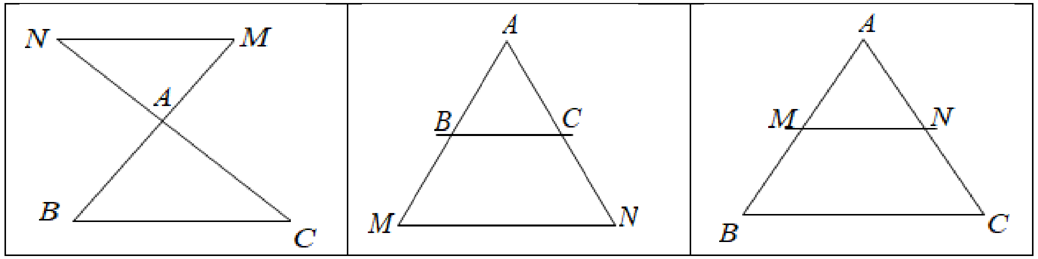


Telle que :

- $(AB)//(DC)$
- $DI=54$; $IA=9$
- $IB=x$; $IC=45$

Déterminer la valeur de x

2h



Dans ces cas on les points A, B, M et les points A, C et N dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; ce qui entraine à dire que $(MN)//(BC)$

III. Conservation de coefficient de colinéarité

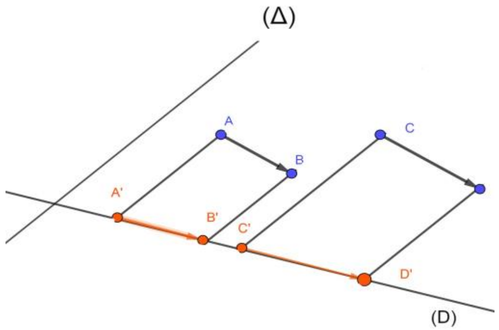
Propriété

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes et soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs colinéaires alors il existe un nombre réel non nul k tel que $\overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{CD}$

Si A', B', C' et D' sont respectivement les projetés des points $A, B,, C$ et D sur (D) parallèlement à (Δ) alors $\overrightarrow{A'B'} = k.\overrightarrow{C'D'}$.

On dit que la projection **conserve le coefficient de colinéarité**.

k : s'appelle coefficient de colinéarité.



Exercice 03

Soit ABC un triangle et soient D un point de la droite (BC) $(D \notin [BC])$ et O un point du plan tel que $\overrightarrow{AO} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.

Soient E et F deux points du plan tels que :

E Le projeté du point D sur la droite (AC) parallèlement à la droite à (OC).

F Le projeté du point D sur la droite (AB) parallèlement à la droite à (OB).

1) Montrer que $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$

2) Montrer que $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AF}$

3) Montrer que $(EF)//(BC)$