***Fiche technique***

|  |  |
| --- | --- |
| **Matière : Mathématiques** | **Professeur : Mouad ZILLOU** |

|  |
| --- |
| ***Ensemble des nombres entiers naturels*** $N$ ***Notions en arithmétique*** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Niveau : TCSF** | **Durée : 7 heures** |  |
| * Utiliser la parité et la décomposition en produit de facteurs premiers pour résoudre des problèmes simples portant sur les entiers naturels.
 | **Les capacités attendues** |
| * Les nombres pairs et les nombres impairs ;
* Multiples d’un nombre, le plus petit multiple commun de deux nombres ;
* Diviseurs d’un nombre, le plus grand diviseur commun de deux nombres ;
* Nombres premiers, décomposition d’un nombre en produit de facteurs premiers.
 | **Contenus du programme** |
| * On introduira les symboles : $\in ,\notin , ⊂,⊄,∩,∪.$
* L’objectif de la présentation de « notions en arithmétique » est d’initier les élèves à des modes de démonstration à travers l’utilisation des nombres pairs et des nombres impairs sans excès.
 | **Recommandations pédagogiques** |
| * Les orientations pédagogiques.
* Livre d’élève (najah)
* Des sites électroniques.
* Distribution périodique du programme de mathématiques.
 | **Fichiers utilisés dans la préparation du cours** |
| * Ecrire l’activité au tableau
* Marquer les difficultés
* Répartir les tâches
* Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle
* Diagonaliser les prérequis des apprenants
* Noter les observations
 | **Rôle de l’enseignant**  |
| * Ecrire les activités
* Répondre aux questions de l’activité avec la justification de ses solutions.
* Formuler les résultats de l’activité sous forme d’un théorème, une propriété…
* Répondre aux exercices
 | **Rôle de l’apprenant** |

Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……

***Arithmétique dans ***

1. ***Ensemble des nombres entiers naturels***

***☞Activité***

Parmi les nombres suivants : ; ;  ; ;  ; . Préciser ceux qui sont des nombres entiers naturels.

***Définition***

* Les nombres entiers naturels forment un ensemble qu’on note  tels que 
* Les nombres entiers naturels **non nuls** forment un ensemble qu’on note  tels que 

***Exemples :***

* 3 est un entier naturel, on dit que 3 appartient à l'ensemble  et on écrit 3 ∈ .
* 5 n'est pas un entier naturel, on dit que 5 n’appartient pas à l'ensemble  on écrit  .
* 4 est un entier naturel non nul, on dit que 4 est appartient à et on écrit 

***Remarque :***

* L’ensemble des nombres entiers naturels est infini, signifie que, si  est un entier naturel alors son successeur  est aussi un nombre entier naturel
* Le symbole  se lit « appartient à »
* Le symbole  se lit « n’appartient pas »

***Application➀***

Compléter par 

   ;   ;   ;     ; 

1. ***Divisibilité dans ***
2. ***Nombres pairs – Nombres impairs***
3. ***Définition***

Soit  un nombre entier naturel.

* On dit que  est un **nombre pair** s’il existe un nombre entier naturel  tel que : .
* On dit que  est un **nombre impair** s’il existe un nombre entier naturel  tel que : .

***Exemple :***

* On a : 144 = 2×72, donc 144 est un nombre pair.
* On a : 161 = 2×80 + 1, donc 161 est un nombre impair.
1. ***Opérations sur les nombres pairs et les nombres impairs :***

***Propriété :***

Soient  et  deux nombres entiers naturels on a :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Nombre* |  |  |  |  |  |
| *Parité*  | *Pair*  | *Pair* | *Pair*  | *Pair*  | *Pair*  |
| *Pair*  | *Impair*  | *Impair*  | *Impair*  | *Pair*  |
| *Impair*  | *Pair*  | *Impair*  | *Impair*  | *Pair*  |
| *Impair*  | *Impair*  | *Pair*  | *Pair*  | *Impair*  |

 ***Démonstration :***

* *Montrons que si a est pair et b est pair alors  est pair.*

*Si a est pair, alors il existe un entier naturel  tel que  .*

*Si b est pair, alors il existe un entier naturel  tel que  .*

 *Par suite  avec , d'où  est un nombre pair.*

* **Même démarche pour les autres cas.**

 ***Application➁***

1. *Etudier la parité des nombres suivants : 1359+59321 ;  ; *
2. *Soit  un entier naturel ; étudier la parité des nombres suivants :*

* ;  ; *

 ***Théorème*** :

 Le produit de deux nombres entiers naturels **consécutifs** est toujours un nombre pair.

***Démonstration :***

 *Soit  un entier naturel.*

*Montrons que  est un nombre pair.*

***1er cas****: si  est* ***pair*** *alors *

*Donc  sachant que *

*D’où est pair*

***2éme cas****: si est* ***impair*** *alors *

*Donc  sachant que *

*D’où est pair.*

*D’après les deux cas on peut conclure que  est un nombre* ***pair****, pour tout *

***Application➂ :***

Soit  un entier naturel. Etudier la parité des nombres suivants :  et  .

1. ***Multiple et diviseur d’un nombre entier naturel*** :

***Définition*** :

Soient  et  deux entiers naturels. S’il existe un entier naturel  tel que  alors :

  : s’appelle le multiple de 

  : s’appelle le diviseur de 

  : s’appelle le rapport de  par b

 ***Exemple*** : : donc 30 : multiple de 15 // 15 : diviseur de 30 // 2 : Le rapport de 30 par 15

***Remarque***:

* 0 est un multiple de tous les nombres entiers naturels.
* 1 est un diviseur de tous les nombres entiers naturels.

***Application➃***

1. Déterminer les diviseurs de 36 et 82.
2. Déterminer les multiples de 3 inférieurs ou égal à 50.
3. ***Critères de divisibilité par 2,3,4,5 et 9***

***Propriété***

Soit  un entier naturel. On dit que  est divisible par :

* **2** si son chiffre des unités est :0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8
* **5** si son chiffre des unités est :0 ou 5
* **3** ou **9** si la somme de ses chiffres forme un multiple de 3 ou 9.
* **4** si son chiffre des unités et son chiffre des dizaines forment un multiple de 4.

***Exemples***

* 4725 : divisible par 5 car son chiffre des unités est 5.
* 4725 : divisible par 3 et par 9 car la somme de ses chiffres qui est 4+7+2+5=18 est un multiple de 3 et de 9.
* 1628 : divisible par 4 car 28 est un multiple de 4.
* 1628 divisible par 2 car son chiffre des unités est 8.

 ***Application➄*** :

Etudier la divisibilité de 3611790 par 2, 3, 4, 5 et 9

1. ***Nombres premiers***

***☞Activité*** :

Déterminer les diviseurs de 2 , 3 ,5 et17.

 Que remarquez-vous ?

 ***Définition***

Un entier naturel supérieur ou égal à 2 est dite **premier** s’il possède **deux** diviseurs **1** et **lui-même**.

***Application➅*** :

Parmi les nombres suivants ; déterminer ceux qui sont des nombres premiers : 37 ;45 ;67 ;73 ;87

***Remarque*** :

* **1** n’est pas un nombre premier car il ne possède qu’un seul diviseur.
* **2** le seul nombre pair qui est premier.
* Pour étudier la primalité d’un nombre entier naturel  ; on cherche tous les nombres premiers  qui vérifient . Si  **est divisible** par l’un de ces nombres alors n’est pas un nombre premier **sinon**  est premier.

 ***Exemple*** :

Le nombre 37 est-il premier ?

On a  et les nombres premiers inférieur ou égal à  sont 2, 3 et 5.

Or 37 n’est pas divisible par 2 ; 3 et 5 ; alors 37 est un nombre premier.

***Application➆*** :

Etudier la primalité des nombres suivants : 101 ; 137 ; 1563

1. ***Décomposition en produit de facteurs premiers.***

***Théorème***

Tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 admet une décomposition en produit de facteurs premiers.

Exemple :

 est une décomposition de 30 en produit de facteurs premiers.

***Application➇*** :

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers : 48 ; 612 ; 1530 ; 3240

1. ***PGCD – PPCM***
2. ***PGCD***
3. ***Définition*** :

Soient  et  deux nombres entiers naturels non nuls.

Le plus grand commun diviseur de  et s’appelle le PGCD de  et  et se note  ou 

***Remarque*** :

Comme 1 est un diviseur de tous nombre a et b de  ; alors 

***Application➈***

Déterminer les diviseurs de 36 et 84 puis déduire 

***Théorème***

Soient  et  deux nombres entiers naturels.

Le est le **produit** de facteurs premiers **communs** apparaissent à la fois dans la décomposition de  et et affectés à une **petite** puissance.

***Exemple*** :

 et 

On a  et  ;

par conséquent 

***Application➉***:

Déterminer et 

1. ***Deux nombres entiers naturels premiers entre eux***

***Théorème***

Soient  et  deux nombres entiers naturels.

On dit que  et  sont premiers entre eux si et seulement si .

***Application*** : Montrer que 37 et 8 sont premiers entre eux.

1. ***PPCM***

***Définition***

Soient  et  deux nombres entiers naturels non nuls.

Le plus petit commun multiple **non nul** de  et s’appelle le PPCM de  et  et se note  ou 

***Application➀➀*** : Déterminer 

***Théorème***

Soient  et  deux nombres entiers naturels.

Le est le **produit** de facteurs premiers **communs** et **non communs** apparaissent dans la décomposition de  et et affectés à une **grande** puissance.

***Application➀➁***

1. Décomposer 45 et 120 en produit de facteurs premiers, puis déduire  .