***Les polynômes***

1. ***Définition d’un polynôme –égalité de deux polynômes –opérations sur les polynômes***

***Activité***

Soit un parallélépipède dont les dimensions sont  et avec  est un réel. Calculer  le volume du parallélépipède.

***Réponse*** :

**

 *=*

*L’expression  s’appelle polynôme (ou fonction polynôme) de degré 3 et on écrit  ou *

1. ***1. Définition d’un polynôme***

On appelle polynôme (ou fonction polynôme) ,se note souvent  ,une expression (ou fonction) de la forme : 

Où  sont des nombres réels et s’appellent les **coefficients** du polynôme .

Si  alors  s’appelle le degré du polynôme  et se note tel que 

Si tous les coefficients sont nuls alors le polynôme  s’appelle le polynôme nul (sans degré) .

***Exemple*** :

On considère l’expression suivante 

 est un polynôme de degré 4 ; on écrit 

Les nombres réels  sont les coefficients de car on peut écrire  sous forme .

***Remarque :***

Soit  un nombre réel non nul.

‘’’’est le polynôme de degré 1 s’appelle binôme.

‘’’’est un polynôme de degré 2 s’appelle trinôme.

***Exemple :***

****** est un binôme. //  est un trinôme.

***Application*** :

1. Donner l’expression d’un polynôme  dont le degré est 6 et ses coefficients sont -1, 0, 0,-3,1 et 2.
2. Parmi les expressions suivantes, préciser celles qui représentent un polynôme en précisant son degré.

  ;  ;  ;  

1. ***Egalité de deux polynômes***

***Propriété*** :

Soient  et  deux polynômes.

On dit que  et  Sont **égaux** si et seulement si :

* Ils ont même degré
* Les coefficients des termes en même degré sont deux à deux égaux .

Signifier que : si 

Alors 

***Exemple***

Etudions l’égalité de  et  tels que :

  Et  



Alors 

***Application***

1. Etudier l’égalité de  et dans les cas suivants :
2.  ; 
3.  ; 
4.  ; 
5. Déterminer le nombre réel  pour que 

 ; 

1. Déterminer a et b et c et d pour que 

 ; 

1. ***Operations sur les polynômes***
2. ***Somme de deux polynômes***

Soient  et  deux polynômes

La somme de$ P\left(x\right)$et $Q\left(x\right)$ est le polynôme qu’on note  tel que : 

***Exemples*** :

* On a :  et 

Donc 

* On a  et 

Donc 

***Remarque*** :

Si  et  deux polynômes non nuls et  un polynôme non nul alors on a

 OU 

1. ***Produit de deux polynômes***

Soient  et  deux polynômes.

Le produit de $P\left(x\right)$et $Q\left(x\right)$ est le polynôme qu’on note  tel que 

***Exemple*** :

On a  et 

Donc 

***Remarque*** :

Si  et  deux polynômes non nuls, alors on a 

***Application***

On considère les deux polynômes suivants

 et 

Calculer les expressions suivantes

 ;  ;  et 

1. ***La divisions par***$ x-α$
2. ***La division euclidienne d’un polynôme par*** $ x-α$
3. ***Définition et propriété***

Soit un polynôme de degré   et soit  .

S’il existe un polynôme qui vérifié : ; alors :

*  : S’appelle **quotient** de la division euclidienne de  par  .
*  : S’appelle reste de la division euclidienne de  par .

***Exemple ***   , 

 *On a *

Donc :  est le quotient de la division euclidienne de  par 

1. 1: est le reste de la division euclidienne de  par .
2. ***b. Racine d’un polynôme***

***Définition***

Soit un polynôme et 

On dit que est une racine de  si et seulement si 

***Exemple***

Parmi les nombres suivants déterminons qui sont les racines de 

    / 1, -2 et 3

1. ***La division euclidienne de*** $P\left(x\right)$ ***sur*** $x-α$

Pour effectuer la division euclidienne de  par  ,on suit même étapes que celle des nombres entiers naturels.

***Exemple***

Effectuons la division euclidienne de  par $x+1$

1. ***La divisibilité par***$ x-α$

Soit un polynôme et  avec 

* Ont dit que  est divisible par , s’il existe un polynômede degré  tel que 
*  est divisible par  si et seulement si α est un zéro ou racine de 

***Exemple***

On considère le polynôme suivant :

Etudier la divisibilité de  par .