

EPREUVE DE THERMODYNAMIQUE

Exercice :

Une mole de gaz parfait est enfermée dans un cylindre calorifugé muni d'un piston de masse négligeable. Le piston est libre de se déplacer. On lâche le piston de façon brutale de sa position initiale, le gaz est détendu du volume V_0 au volume V_1 .

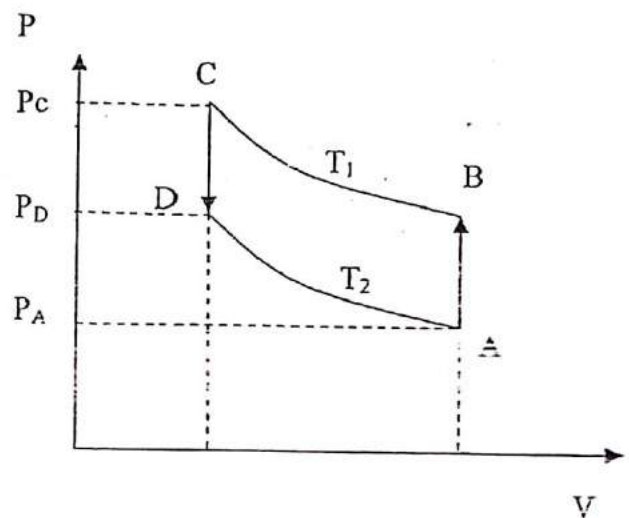
- Qu'elle est la nature de la transformation
- Calculer T_1 et V_1
- Calculer le travail fournit au milieu extérieur
- Calculer la variation de l'énergie interne
- Le premier principe est-il vérifié ?

Données : $P_0=2$ bars ; $T_0=330$ °K ; $V_0=13,73$ litres ; $P_1=1$ bar ; $C_{MV}= 5/2R$ et $R=8.32$ J/mol.°K

Problème :

On considère une mole d'air, assimilé à un gaz parfait, décrivant un cycle ABCDA constitué de deux transformations isothermes aux températures T_1 et T_2 et de deux transformations isochores aux volumes V_A et V_C .

La capacité calorifique molaire à volume constant est donnée par : $C_{MV} = 5/2 R$



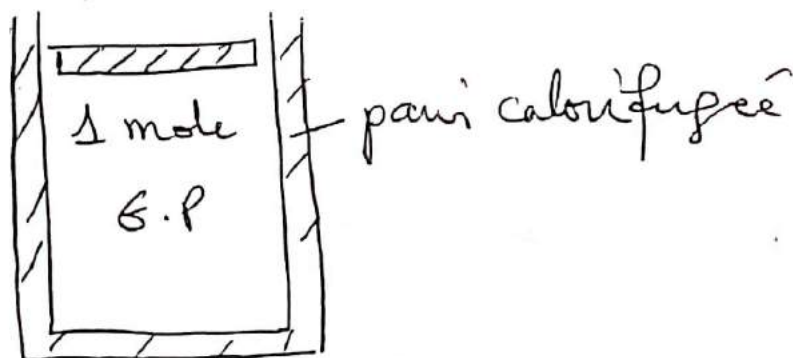
- 1- Donner l'expression du rapport P_C/P_A en fonction des températures T_1 , T_2 et des volumes V_A et V_C
- 2- On supposera que le cycle est réversible. Donner, en fonction des volumes V_A et V_C et des températures T_1 et T_2 , les expressions des quantités de travail et de chaleur :
 - a. W_{AB} , Q_{AB} , W_{BC} et Q_{BC} .
 - b. W_{CD} , Q_{CD} , W_{DA} et Q_{DA} .
 - c. En déduire l'expression du travail échangé au cours du cycle W_{cycle} .
 - d. Application numérique :

On donne : $T_1 = 313$ K, $T_2 = 253$ K, $V_A/V_C = 3$ et $R = 8,314$ J.mole⁻¹.K⁻¹





Exercice:



a)

On lâche le piston de façon brutale, la transformation est irréversible.

b) Calcul de T_1 et V_1

La transformation est adiabatique irréversible on ne peut pas appliquer l'équation de l'adiabatique du gaz parfait ($PV^\gamma = c$ ou $TV^{\gamma-1} = c$ ou $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = c$). Cependant on peut utiliser l'équation du 1^{er} principe, qui est: $\Delta U = \delta Q + \delta W$

$\delta Q_{ech} = 0$ car transf. adiabatique. échange

$$\begin{aligned} dU &= \gamma R n V dT = -P_1 dV \\ &= -P_1 (V_1 - V_0) \\ &= -P_1 V_1 + P_1 V_0 \\ \gamma R n (T_1 - T_0) &= -\gamma R T_1 + \frac{P_1 \gamma R T_0}{P_0} \end{aligned}$$

on pose $x = P_1/P_0 = 1/2$

$$\frac{5}{2} R (T_1 - T_0) = R \left(\frac{T_0}{2} - T_1 \right)$$

$$T_1 \left(\frac{5}{2} + 1 \right) = T_0 \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\underline{T_1 = \frac{6}{7} T_0} \quad / \quad \text{A.N.: } \underline{T_1 = 282,86^\circ \text{K}}$$

$$V_1 = \frac{\nu R T_1}{P_1}$$

$$\text{A.N.: } V_1 = \frac{1 \times 8,32 \times 282,86}{10^5}$$

$$V_1 = 0,0235 \text{ m}^3 = 23,5 \text{ litres}$$

$$\text{c) } \rightarrow \text{ SW} = -P_1 dV \Leftrightarrow W = -P_1 (V_1 - V_0)$$

$$\text{A.N.: } W = -10^5 (23,5 \cdot 10^{-3} - 13,73 \cdot 10^{-3})$$

$$W = -977 \text{ J} / \text{ or } W = -980,40 \text{ J par}$$

$$\text{d) } \rightarrow \Delta U = \underbrace{W}_{\text{echange}} + Q \text{ avec } Q_{\text{ech}} = 0 \quad V_1 = 23,534 \text{ l}$$

$$\Delta U = W / \text{ A.N.: } \Delta U = -980,40 \text{ J}$$

$$\text{e) } \rightarrow \Delta U = \nu C_{Mv} \Delta T$$

$$\Delta U = \nu C_{Mv} (T_1 - T_0)$$

$$\text{A.N.: } \Delta U = 1 \times \frac{5}{2} R (282,86 - 330)$$

$$\Delta U = -980,51 \text{ J}$$

Oui de 1^{er} type et vérifié car $\Delta U = W_{\text{ech}}$

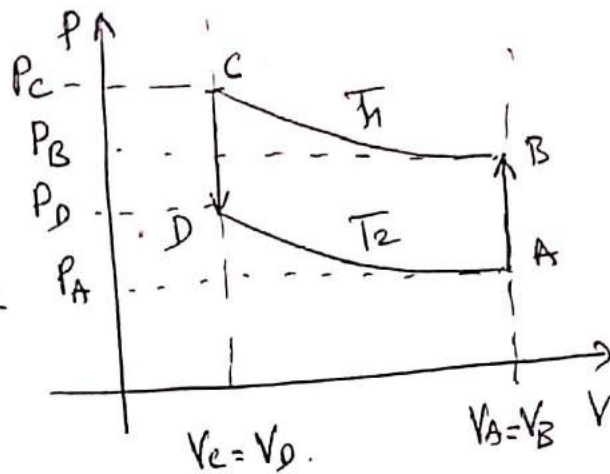
www.pdf-cours.online

Problème :

1/3

(3)

Figure: cycle
d'une mole de
G.P.



1) Equation d'état du G.P.

- au point A : $P_A V_A = RT_A = RT_2$ (1)

- " " C : $P_C V_C = RT_C = RT_1$ (2)

Le rapport des deux équations (1) et (2) :

$$\frac{P_C V_C}{P_A V_A} = \frac{RT_1}{RT_2} \Rightarrow \frac{P_C}{P_A} = \frac{V_A}{V_C} \times \frac{T_1}{T_2}$$

2) Le cycle est réversible.

a) calcul des travaux

Transformation A → B : c'est une transformation isochore ($V = \text{cte}$)

$$\delta W_{AB} = -P dV = 0$$

$$W_{AB} = 0$$

Transformation B → C : c'est une transformation isotherme ($T = T_1 = \text{cte}$)

$$\delta W_{BC} = -P dV = -\frac{\delta RT_1}{V} dV$$

$$W_{BC} = -\delta RT_1 \ln \frac{V_C}{V_B}$$

$$W_{BC} = -\delta RT_1 \ln \frac{V_C}{V_A} \text{ car } V_B = V_C$$

A.N. :

Handwritten signature

$$W_{BC} = 1 \times 8,32 \times 313 \times \ln 3 \Rightarrow W_{BC} = 2860,96 \text{ J}$$

43

Transformation C → D : c'est une transformation isochore (V = cte)

$$\delta W_{CD} = -P dV = 0$$

$$\underline{W_{CD} = 0}$$

Transformation D → A : c'est une transformation isotherme (T = T₂ = cte)

$$\underline{W_{DA} = -\nu R T_2 \ln \frac{V_A}{V_D} = -\nu R T_2 \ln \frac{V_A}{V_C}}$$

A.N.: $W_{DA} = -1 \times 8,32 \times 253 \ln 3$

$$W_{DA} = -2312,53 \text{ J}$$

b) Calcul de quantités de chaleur

Transformation A → B : V = cte

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + \overset{=0}{W_{AB}}$$

$$Q_{AB} = \nu C_{mV} (T_B - T_A)$$

ou $\delta Q_{AB} = \nu C_{mV} dT + \cancel{p dV}$

$$\underline{Q_{AB} = \nu C_{mV} (T_B - T_A)} / \text{A.N.: } Q_{AB} = \frac{5}{2} R \nu (T_1 - T_2)$$

Transformation B → C : T = cte

$$Q_{AB} = \frac{5}{2} \times 8,32 \times (313 - 253)$$

$$\delta Q_{BC} = \nu C_{mV} dT + p dV$$

$$Q_{AB} = +1248 \text{ J}$$

$$\underline{Q_{BC} = -W_{BC}} / \text{A.N.: } Q_{BC} = -2860,96 \text{ J}$$

23

Transformation $c \rightarrow D$: $V = \text{cte}$

3/3

$$\delta Q_{cD} = \nu C_{mV} dT + p dV$$

(4)

$$\frac{Q_{cD} = \nu C_{mV} (T_D - T_c)}{= \Delta U_{cD}} \quad \text{A.N.: } Q_{cD} = \frac{5R}{2} (T_2 - T_1)$$
$$Q_{cD} = -12485$$

Transformation $D \rightarrow A$: $T = \text{cte}$

$$\delta Q_{DA} = \nu C_{mV} dT + p dV$$
$$= -\delta W_{DA}$$

$$Q_{DA} = -W_{DA} \quad \text{A.N.: } Q_{DA} = +2312,53 \text{ J}$$

e) Travail échangé au cours du cycle

$$W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{cD} + W_{DA}$$

$$\text{A.N.: } W_{\text{cycle}} = 0 + 2860,96 + 0 + (-2312,53)$$
$$= +548,43 \text{ J}$$

$$Q_{\text{cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{cD} + Q_{DA}$$

$$\text{A.N.: } Q_{\text{cycle}} = 1248 - 2860,96 - 1248$$
$$+ 2312,53$$
$$= -548,43 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}}$$

$$\text{A.N.: } \Delta U_{\text{cycle}} = +548,43 - 548,43$$
$$= 0$$

PU



www.pdf-cours.online

Examen de rattrapage de thermodynamique

(Durée: 1h30)

Exercice :

Les coefficients thermoélastiques de n moles d'un gaz réel sont données par :

$$\alpha_p = \frac{R}{RT + bP} \quad \text{et} \quad \chi_T = \frac{RT}{p(RT + bP)}$$

- 1- Exprimer la différentielle dV de ce gaz.
- 2- Montrer qu'après intégration, l'équation d'état de ce gaz s'écrit sous la forme : $PV = C(RT + bP)$, où C est une constante.
- 3- Déterminer la constante C en utilisant la loi limite des gaz réels, montrer que l'équation d'état s'écrit sous la forme : $PV = n(RT + bP)$

Problème :

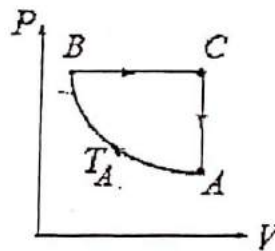
Une mole de gaz réel monoatomique d'équation d'état $(P + \frac{a}{V^2})V = RT$ et d'énergie interne $U = \frac{3RT}{2} - \frac{a}{V}$ décrit le cycle ABCA, de la figure ci-dessous, en effectuant des transformations réversibles

$$U = \frac{3RT}{2} - \frac{a}{V}$$

A → B : transformation isotherme

B → C : transformation isobare

C → A : transformation isochore



1° Calculer P_A, P_B, P_C et T_C

2° Calculer les travaux W_{AB}, W_{BC} et W_{CA}

3° Calculer les variations de l'énergie interne $\Delta U_{AB}, \Delta U_{BC}$ et ΔU_{CA}

4° En déduire les quantités de chaleurs Q_{AB}, Q_{BC} et Q_{CA}

5° Vérifier le premier principe pour le cycle

Données :

$T_A = 301 \text{ K}; V_A = 5.0 \text{ Litres}; V_B = 0.5 \text{ Litre}; a = 0.135 \text{ m}^6 \text{ Pa mol}^{-2}$



Exercice:

1) - Soient α_p et β_T les coefficients thermo élastiques de n moles d'un gaz réel.

$$\left\{ \alpha_p = \frac{R}{RT + bP} \quad (1) \right.$$

$$\left. \beta_T = \frac{RT}{P(RT + bP)} \quad (2) \right.$$

www.pdf-cours.online

$$\alpha_p = \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P \quad \text{et} \quad \beta_T = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T$$

des équations (1) et (2) dérivement:

$$\left\{ \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P = \frac{R}{RT + bP} \quad (1') \right.$$

$$\left. -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T = \frac{RT}{P(RT + bP)} \quad (2') \right.$$

Ou part de l'éq. (1'): $\bar{a} P = \text{cte} \rightarrow \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P = \frac{dV}{dT}$

$$\frac{dV}{dT} = \frac{V \times R}{RT + bP} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{R dT}{RT + bP}$$

2) - Après intégration de cette équation, on a:

$$\ln V = \ln(RT + bP) + \ln c(P)$$

c dépend de ce qui on a gardé constant, c à d la pression \underline{P} .

$$\ln V = \ln c(P) \times (RT + bP)$$

$$\text{d'où} : V = c(P) \times (RT + bP) \quad (3)$$

Pour déterminer la constante $c(P)$, on dérive l'éq. (3) par rapport à P en gardant T constante afin d'utiliser l'éq. (2').

15

$$\left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T = \frac{d(CCP)}{dP} \times (RT + bP) + C(P) \times b$$

2/4

2

or $\left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T = -V \times \frac{RT}{P(RT + bP)}$ d'après l'éq. (2')

dnc:

$$-\frac{V \cdot RT}{P(RT + bP)} = \frac{d(CCP)}{dP} \times (RT + bP) + C(P) \times b$$

on remplace V par son expression en (3)

$$-\frac{C(P) \times (RT + bP) \times RT}{P(RT + bP)} = \frac{d(CCP)}{dP} \times (RT + bP) + C(P) \times b$$

$$-\frac{RT}{P} C(P) - C(P) \times b = (RT + bP) \frac{d(CCP)}{dP}$$

$$-\frac{(RT + bP)}{P} \times C(P) = (RT + bP) \frac{d(CCP)}{dP}$$

finalement : $\frac{d(CCP)}{dP} = -\frac{C(P)}{P}$

dnc : $\frac{d(CCP)}{C(P)} = -\frac{dP}{P}$

$$\ln(CP) = -\ln P + \ln k$$

$$C(P) = -\frac{k}{P} \quad (4)$$

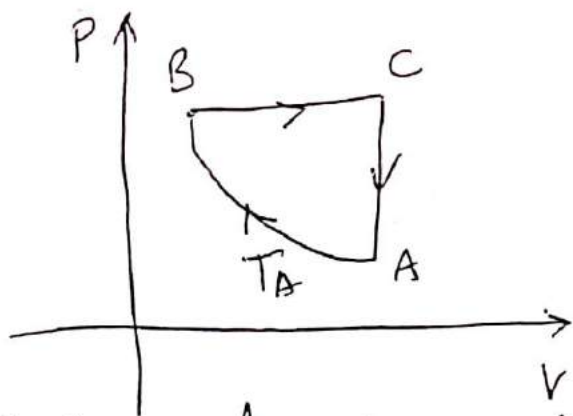
on remplace l'expression de C(P) de l'éq. (4) dans l'expression de V de l'éq. (3)

$$V = \frac{k}{P} \times (RT + bP)$$

$$PV = k(RT + bP)$$

3) - Quand $P \rightarrow 0$: $PV = 0RT$ et $b = 0$
 d'où $k = 0$ et $PV = 0(RT + bP)$

Probleme:



Soit un gaz monoatomique réel d'équation
 $(P + \frac{a}{V^2})V = RT$ avec $\nu = 1$ mole.
 l'expression de l'énergie interne s'écrit:

$$U = \frac{3}{2}RT - \frac{a}{V}$$

1) Calcul de V_A, P_B, P_C et T_C

on a: $P = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$

Donc: $P_A = \frac{RT_A}{V_A} - \frac{a}{V_A^2}$ A.N.: $P_A = \frac{8,32 \times 301}{5 \cdot 10^{-3}} - \frac{0,135}{(5 \cdot 10^{-3})^2}$
 $P_A =$

$P_B = \frac{RT_B}{V_B} - \frac{a}{V_B^2}$ A.N.: $P_B = \frac{8,32 \times 304}{(0,5 \cdot 10^{-3})} - \frac{0,135}{(0,5 \cdot 10^{-3})^2}$
 $P_B =$

$P_C = P_B$ car transformation isobar

$T_C = \frac{(P_C + \frac{a}{V_C^2})V_C}{R}$ avec $V_C = V_A$

A.N.: $T_C = \frac{(\frac{0,135}{(5 \cdot 10^{-3})^2}) \times 5 \cdot 10^{-3}}{8,32}$

$T_C =$

77

2) - Calcul des travaux: W_{AB} , W_{BC} , W_{CA} 4/4

$A \rightarrow B$: transformation isotherme réversible

$$\delta W_{AB} = -P dV = -\left(\frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}\right) dV$$

$$W_{AB} = -RT_A \ln \frac{V_B}{V_A} + a \left[\frac{1}{V_B} - \frac{1}{V_A} \right]$$

$B \rightarrow C$: transformation isobare réversible

$$\delta W_{BC} = -P_B dV \Rightarrow W_{BC} = -P_B (V_C - V_B)$$

$C \rightarrow A$: transformation isochore réversible

$$\delta W_{CA} = -P dV = 0 \Rightarrow W_{CA} = 0$$

3) - calcul des variations de l'énergie interne

$$A \rightarrow B: \Delta U_{AB} = U_B - U_A = \frac{3}{2} R(T_B - T_A) - a \left[\frac{1}{V_B} - \frac{1}{V_A} \right]$$

$$B \rightarrow C: \Delta U_{BC} = U_C - U_B = \frac{3}{2} R(T_C - T_B) - a \left[\frac{1}{V_C} - \frac{1}{V_B} \right]$$

$$C \rightarrow A: \Delta U_{CA} = U_A - U_C = \frac{3}{2} R(T_A - T_C) - a \left[\frac{1}{V_A} - \frac{1}{V_C} \right]$$

4) - calcul des quantités de chaleur

$$A \rightarrow B: Q_{AB} = \Delta U_{AB} - W_{AB}$$

$$Q_{AB} = RT_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$B \rightarrow C: Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC}$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2} R(T_C - T_B) - a \left[\frac{1}{V_C} - \frac{1}{V_B} \right] + P_B (V_C - V_B)$$

$$C \rightarrow A: Q_{CA} = \Delta U_{CA} - W_{CA}$$

$$Q_{CA} = \frac{3}{2} R(T_A - T_C)$$

5) Vérification de 1^{er} pp: $W_{cycle} + Q_{cycle} = \Delta U_{cycle}$

on vérifie que $\Delta U_{cycle} = 0$

Examen de thermodynamique S1

(Session janvier 2017)

Faire au choix l'un des deux exercices A et B suivants :

Exercice A :

Donner l'expression du deuxième principe, ainsi que l'expression des différents termes le constituant.

Calculer la variation d'entropie lors d'une compression isotherme réversible d'une mole de gaz parfait..

Données : $T_0=300K$; $T_1=425K$; $C_{mv} = 5/2 R$; $N_0= 10$ litres et $V_1 = 4,18$ litres

Exercice B :

3kg d'air à $20^\circ C$ et à $200kPa$ est contenue dans un récipient fermé par un piston pouvant se déplacer sans frottement. On transfère de la chaleur jusqu'à ce que la température atteigne $300^\circ C$. On donne la constante massique de l'air, $r = 0,287kJ/(kg.K)$ et $\gamma = 1,4$.

1. Calculez la variation d'énergie interne ; ΔU ?
2. Calculez la variation d'enthalpie, puis en déduire la chaleur échangée. ΔH ? Q_c ?
3. Quel est alors le travail échangé ? w_e ?

Problème :

Un cylindre muni d'un piston de masse négligeable et pouvant se déplacer sans frottement contient une mole d'air à la pression P_0 et à la température T_0 égale à celle de l'extérieur. Le volume occupé est de V_0 . La section du cylindre $S=0.025 m^2$ et on considèrera que l'ensemble est protégé par une couche isolante de façon à ce que le système n'échange pas la chaleur avec l'extérieur. On comprime très lentement cette mole d'air en posant sur le piston des grains de sable. Lorsque la quantité de sable déposée sur le piston atteint une masse M de $35kg$.

A A1- Calculer la pression finale P_1 , la température finale T_1 et le volume final V_1

A2- Calculer le travail de compression

A3- Calculer la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur

A4- En déduire la variation de l'énergie interne

On supprime brutalement la couche isolante de la paroi et l'air revient à sa température initiale

B-1 Calculer le volume V_2

B-2 Calculer le travail de compression

B3- Calculer la variation de l'énergie interne

B4- En déduire la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur

On enlève brusquement tout le sable, l'air est ensuite détendu jusqu'à la pression P_0 .
A quelle température et volume se trouve le système ?

Données : $P_0 = 1bar$; $T_0 = 300K$; $V_0 = 15litres$; $C_{mv} = \frac{5}{2}R$ avec : $R = 8,32J/(mole.K)$

Corrigé de l'examen
de Thermo S1 (Janvier 2017)

Exercice A :

$$dS = \delta Q + \delta W$$

$$\delta Q = \frac{\delta Q_{ech}}{T_{so}} ; \delta S = \frac{\delta Q}{T} \text{ et } \delta W = dS - \delta Q$$

Pour une compression isotherme réversible du G.P.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{\gamma C_{M,V} dT + p dV}{T}$$

or T = cte :
$$dS = \frac{p}{T} dV = \frac{\gamma R T}{V T} dV$$

$$\Delta S = \gamma R \ln \frac{V_2}{V_1} = \gamma R \ln \frac{P_1}{P_2} \text{ car } P_1 V_1 = P_2 V_2 = \gamma R T$$

A.N. :
$$\Delta S = 1 \times 8,32 \times \ln \frac{4,1815^3}{1010^3}$$

$$\Delta S = -7,257 \text{ J/K}$$

Exercice B :

Etat initial : $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ et $P_0 = 2 \text{ bars}$

Etat final : $\theta_1 = 300^\circ\text{C}$

G.P. : $dU = \gamma C_{M,V} dT \Rightarrow \Delta U = \gamma C_{M,V} \Delta T$

$$\gamma = \frac{m}{M_{air}} \text{ et } C_{M,V} = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$\Delta U = \frac{m}{M_{air}} \times \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_0)$$

$$\Delta U = \frac{m r}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) /$$

A.N. :
$$\Delta U = \frac{3 \times 287}{114 - 1} (300 - 20)$$

$$\Delta U = 602,7 \text{ kJ}$$

5

Problème: Transformation adiabatique réversible de l'air

A - Calcul de P_1 , T_1 et V_1

$$P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S} \quad \text{A.N.: } P_1 = 10^5 + \frac{35 \times 9,81}{0,025}$$

$$P_1 = 1,14 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_0 V_0^\gamma \Rightarrow V_1 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/\gamma}$$

$$\text{A.N.: } V_1 = 15 \cdot 10^{-3} \left(\frac{10^5}{1,14 \cdot 10^5} \right)^{1/1,4}$$

$$V_1 = 0,0136 \text{ m}^3$$

$$V_1 = 13,6 \text{ l}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_0$$

$$\text{A.N.: } T_1 = 300 \left(\frac{15 \cdot 10^{-3}}{0,0136} \right)^{\frac{1}{1,4-1}}$$

$$T_1 = 312 \text{ K}$$

A2 - Calcul du travail de compression

$$\delta W = -p dV \quad \text{or } PV^\gamma = C$$

$$\delta W = -\frac{C}{V^\gamma} dV$$

$$W = \frac{-C}{-\gamma+1} \left(V_1^{-\gamma+1} - V_0^{-\gamma+1} \right)$$

$$= \frac{1}{\gamma-1} \left(C V_1^{-\gamma+1} - V_0^{-\gamma+1} C \right) \quad \text{or } P_1 V_1^\gamma = P_0 V_0^\gamma = C$$

$$= \frac{1}{\gamma-1} \left(P_1 V_1 V_1^{\gamma-1} - P_0 V_0 V_0^{\gamma-1} \right)$$

$$W = \frac{P_1 V_1 - P_0 V_0}{\gamma-1} = \frac{\gamma R}{\gamma-1} (T_1 - T_0)$$

Calcul du nombre de mole ν : $\nu = \frac{P_0 V_0}{R T_0}$ A.N. $\nu = \frac{10^5 \times 1,5 \cdot 10^{-3}}{8,32 \times 300}$

$$\nu = 0,06 \text{ mole}$$

(B)

$$A.N. \quad W = \frac{0,6 \times 8,32}{1,4 - 1} (312 - 300)$$

$$\underline{W = 149,76 \text{ J}}$$

A3 - Calcul de la quantité de chaleur Q :

$$Q = 0 \text{ car transformation adiabatique}$$

Au - Calcul de l'énergie interne ΔU :

$$\underline{\Delta U = W + Q} = W$$

$$A.N. : \quad \underline{\Delta U = 149,76 \text{ J}}$$

On supprime l'isolant de façon brutale : transformation irréversible

de transformation et isobare : $P_2 = P_1$

B → 2

$$V_2 = \frac{\nu R T_0}{P_2} = \frac{\nu R T_0}{P_1} \quad A.N. : V_2 = \frac{0,6 \times 8,32 \times 300}{1,14 \times 10^5}$$

$$\underline{V_2 = 0,0131 \text{ m}^3 = 13,1 \text{ l}}$$

B → 2 Calcul du travail : $\delta W = - P_{ext} dV = - P_1 dV$

$$W = - P_1 (V_2 - V_1)$$

$$A.N. : \quad W = - 1,14 \times 10^5 (13,1 - 13,6) \times 10^{-3}$$

$$\underline{W = 57 \text{ J}}$$

B → 3 Calcul de la variation d'énergie interne ΔU :

$$\Delta U = \nu \text{ cmv } \Delta T = \nu \frac{5}{2} R (T_0 - T_1)$$

$$A.N. : \quad \Delta U = 0,6 \times \frac{5}{2} \times 8,32 (300 - 312)$$

$$= - 149,76 \text{ J}$$

$$Q = \Delta U - W \quad A.N. : Q = - 149,76 - 57$$

$$Q = - 206,76 \text{ J}$$

7

B → 4

CS Scanned with
on enlève le sable de façon brutale : $P = P_0$ et $T = T_0 \Rightarrow V_0 = \frac{\nu R T_0}{P} = 15 \text{ l}$

Examen de rattrapage de thermodynamique
(Durée : 1h30mn)

Exercice 1 (6 points)

Cocher la ou les bonnes réponses

A. Un système fermé échange :

- du travail.
- de la chaleur.
- de la matière.
- ni travail ni chaleur

B. Une transformation adiabatique se fait:

- à température constante.
- à intervalle de temps régulier.
- à volume constant
- sans échange de chaleur

C. La différentielle d'une fonction d'état est caractérisée par :

- son intégrale qui dépend du chemin.
- son intégrale qui ne dépend pas du chemin.
- sa forme est totale exacte.
- sa forme n'est pas totale exacte.

Exercice 2 (8 points)

Une mole de gaz obéit à l'équation différentielle (1) suivante :

$$dP = \left(-\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{TV^3} \right) dV + \left(f(V) + \frac{a}{T^2V^2} \right) dT \quad (1)$$

avec a et R des constantes positives et T, P et V sont respectivement la température, la pression et le volume du gaz.

1- En utilisant le fait que dP est une différentielle totale exacte, montrer que :

$$f(V) = \frac{R}{V-b} + C_1$$

où C_1 est une constante d'intégration

2- Par intégration de l'équation (1), montrer que l'équation d'état de ce gaz s'écrit sous la forme :

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{TV^2} + C_2 + (C_1 \times T) \quad (2)$$

où C_2 est une constante d'intégration

3- Montrer à partir de la loi limite des gaz réels que $C_1 = C_2 = 0$

4- Déterminer le volume critique V_c et la température critique T_c de ce gaz.

Exercice 3 (6 points)

Une masse m d'air, assimilé à un gaz parfait, occupe un volume $V_0 = 100 L$ sous la pression $P_0 = 1 atm$ et à la température $T_0 = 15^\circ C$. On la comprime très lentement jusqu'à une pression $P_1 = 20 atm$, le volume occupé étant V_1 .

En supposant que, pendant cette compression, la température du gaz reste constante, calculer :

- 1- La masse m d'air
- 2- Le volume V_1
- 3- Le travail échangé W_{01} au cours de cette transformation
- 4- La quantité de chaleur Q_{01} au cours de cette transformation

On donne : $r = \frac{R}{M} = 0,287 kJ/kg$; $1 atm = 101,325 kPa$



corrigé de l'examen de thermo
après rattrapage (les 6/2017)

Exercice 1:

A - de la chaleur

B - sans échange de chaleur

C - sa forme est totale exacte

Exercice 2:

$$1) \quad dP = \underbrace{\left(-\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{TV^3} \right)}_A dV + \underbrace{\left(f(V) + \frac{a}{T^2V^2} \right)}_B dT$$

$$= \left. \frac{\partial P}{\partial V} \right|_T dV + \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_V dT$$

dP est une différentielle totale exacte si:

$$\left. \frac{\partial A}{\partial T} \right|_V = \left. \frac{\partial B}{\partial V} \right|_T$$

$$-\frac{R}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^3 T^2} = \frac{df}{dV} - \frac{2aV}{T^2 V^4}$$

$$\frac{df}{dV} = -\frac{R}{(V-b)^2} \Rightarrow df = \frac{R dV}{(V-b)^2}$$

$$f(V) = \frac{R}{(V-b)} + cte$$

$$cte = 0 \quad \text{qd } V \rightarrow \infty \Rightarrow \underline{f(V) = \frac{R}{(V-b)}}$$

$$2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial P}{\partial V} \right|_T = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{TV^3} \quad (1) \\ \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_V = \frac{R}{(V-b)} + \frac{a}{T^2V^2} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$= \text{cte} : \left. \frac{\partial P}{\partial V} \right|_T = \frac{\partial T}{\partial V}$$

(2)

$$q. (1) : \frac{dP}{dV} = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{TV^3} \Rightarrow dP = \frac{-RT}{(V-b)^2} dV + \frac{2a}{TV^3} dV$$

$$d'où : P = \frac{RT}{(V-b)} - \frac{a}{TV^2} + C(T) \quad (3)$$

on derive l'eq. (3) par rapport à T en gardant $V = \text{cte}$.

$$\left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_V = \frac{R}{(V-b)} + \frac{a}{T^2 V^3} + C'(T)$$

$$q. (2) = \frac{R}{(V-b)} + \frac{a}{T^2 V^3}$$

Après simplification; on obtient $C'(T) = 0$.

$$d'où : C(T) = k$$

on remplace l'expression de $C(T)$ dans l'eq. (3)
l'équation d'état du gaz réel s'écrit alors :

$$P = \frac{RT}{(V-b)} - \frac{a}{TV^2} + k$$

3) Pour déterminer la valeur de k , on fait tendre la pression p vers zéro, c'est à dire on augmente le volume V de façon à ce que $\frac{vb}{V} \ll 1$, dans ce cas le gaz réel est considéré comme un gaz parfait.

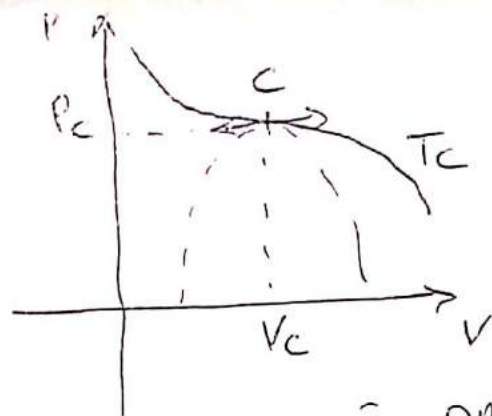
$$P = \frac{RT}{V(1 - \frac{vb}{V})} - \frac{a}{TV^2} \quad \left| \begin{array}{l} P \rightarrow 0 : a = 0 \\ \frac{vb}{V} \ll 1, \text{ on néglige } \frac{vb}{V} \text{ devant } 1. \end{array} \right.$$

$$P = \frac{RT}{V} + k = \frac{RT}{V} \Rightarrow k = 0$$

$$\text{d'où } \underline{\underline{\left(P + \frac{a}{TV^2} \right) (V-b) = RT}}$$

100

4)



Au point C, la dérivée $\frac{\partial P}{\partial V} \Big|_{T=T_c} = 0$ et la dérivée

seconde $\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} \Big|_{T=T_c} = 0$

$$\frac{\partial P}{\partial V} \Big|_{T_c} = \frac{-RT_c}{(V_c - b)^2} + \frac{2a}{T_c V_c^3} = 0 \Rightarrow \frac{RT_c}{(V_c - b)^2} = \frac{2a}{T_c V_c^3} \quad (I)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} \Big|_{T_c} = \frac{2RT_c(V_c - b)}{(V_c - b)^4} - \frac{6aV_c^2}{T_c V_c^6} = 0 \Rightarrow \frac{2RT_c}{(V_c - b)^3} = \frac{6a}{T_c V_c^4} \quad (II)$$

on fait le rapport des équations (I) et (II):

$$\frac{\frac{RT_c}{(V_c - b)^2}}{\frac{2RT_c}{(V_c - b)^3}} = \frac{\frac{2a}{T_c V_c^3}}{\frac{6a}{T_c V_c^4}} \Rightarrow \frac{V_c - b}{2} = \frac{V_c}{3}$$

$$3V_c - 3b = 2V_c$$

$$\underline{V_c = 3b}$$

En remplaçant V_c par son expression dans l'es. (I), on obtient: $T_c = \sqrt{\frac{8a}{27bR}}$

En remplaçant, V_c et T_c par leur expression dans l'expression de P , on a:

$$P_c = \frac{RT_c}{V_c - b} - \frac{a}{T_c V_c^2} \Rightarrow P_c = \frac{R}{8b} \sqrt{\frac{8a}{27bR}}$$

11

Ex 3:

3

$$1) \quad m = \frac{P_0 V_0}{r T_0} \rightarrow m = 122,6 \text{ g}$$

$$2) \quad V_1 = \frac{m r T_1}{P_1} = \frac{m r T_0}{P_1} \rightarrow V_1 = 5 \text{ l}$$

$$3) \quad W_{01} = -m r T_0 \ln \frac{V_1}{V_0} \rightarrow W_{01} = 30,36 \text{ J}$$

$$4) \quad \Delta U = Q_{01} + W_{01} = 0 \rightarrow Q_{01} = -W_{01}$$

www.pdf-cours.online

12