

Examen du Module de Thermodynamique I
SMP/SMC (S1) — Durée : 1h30

J.C...

Exercice 1

1) Un réservoir d'eau chaude contient 150 Kg d'eau à 20°C. Calculer la quantité d'énergie nécessaire pour élever la température de l'eau jusqu'à 62,7°C.

2) Un calorimètre contient $m_1 = 200\text{g}$ d'eau à température $t_1 = 20^\circ\text{C}$. On ajoute $m_2 = 100\text{g}$ d'eau à température $t_2 = 60^\circ\text{C}$. Après équilibre, la température finale du mélange est $t_e = 32^\circ\text{C}$.

Ecrire l'équation calorifique et déduire la capacité calorifique du calorimètre C_{cal} en J/K puis en cal/K.

On donne: La chaleur spécifique de l'eau est: $c_e = 4186 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; 1 calorie = 4,186 J

Exercice 2

Dans un récipient ayant des parois diathermanes, on a n moles d'un gaz parfait se trouvant à l'état d'équilibre initial (P_i, V_i, T_i). Ce gaz subit une compression monotherme brusque qui l'amène à l'état final ($2P_i, V_f, T_f$).

1. En utilisant la 1^{ère} identité thermodynamique, déterminer la variation d'entropie ΔS au cours de cette transformation, en fonction de n et R (constante des gaz parfaits).
2. Calculer le travail échangé en fonction de P_i et V_i .
3. Faire le bilan énergétique et établir l'expression de l'entropie d'échange S^e en fonction de n et R .
4. En déduire l'entropie de création interne S^c en fonction de n et R . La transformation est-elle réversible ?

Exercice 3

On fait subir une mole d'un gaz parfait à un cycle de transformation ABCDA.

AB : est une compression adiabatique, BC : est une compression isochore,

CD : est une détente adiabatique, DA : est une détente isochore.

On appelle γ le rapport des capacités thermiques C_p et C_v .

On donne : $V_A = 8 V_B$; $T_A = 17^\circ\text{C}$; $P_A = 10^5 \text{ Pa}$; $\gamma = 1,4$; $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

- 1) Représenter sommairement le cycle sur un diagramme de Clapeyron. S'agit-il d'un moteur ou d'un récepteur ? Justifier votre réponse.
- 2) Calculer la pression P_B et la température T_B au point B.
- 3) Sachant que l'apport de chaleur Q_{BC} lors de la compression isochore BC est de 50 KJ pour une mole de gaz. Calculer la température T_C au point C et la température T_D au point D.
- 4) Donner les échanges de chaleur et de travail pour toutes les transformations subies par le gaz, en fonction de R , γ et des températures correspondantes. Faites l'application numérique.
- 5) En déduire la quantité de chaleur Q_{cycle} et le travail W_{cycle} mis en jeu au cours du cycle. A partir de ce résultat, donnez la nature du cycle tout en justifiant votre réponse.
- 6) Le principe d'équivalence est-il vérifié ?
- 7) a) Donner l'expression du rendement η du cycle ABCDA.
b) Donner l'expression du rendement en fonction de Q_{BC} , R , γ , T_A et T_D .
c) Calculer la valeur numérique de η .



Sweet Selfie

J.C.

www.pdf-cours.online

Exercice 1 = (3 pts.)

1) $\delta Q = m \cdot c \cdot dT \Rightarrow Q = mc \int dT$

$\Rightarrow Q = mc \Delta T$

$\xrightarrow{A.N.} Q = 26,8 \cdot 10^6 \text{ J}$

(1 pt)

2) A l'équilibre, l'équation calorifique s'écrit :

$Q_1 + Q_{cal} + Q_2 = 0$

$\Rightarrow m_1 c_1 (t_f - t_1) + C_{cal} (t_f - t_1) + m_2 c_2 (t_f - t_2) = 0$

(1 pt)

$\Rightarrow C_{cal} = \frac{-m_1 c_1 (t_f - t_1) - m_2 c_2 (t_f - t_2)}{t_f - t_1}$

$\Rightarrow C_{cal} = 140 \text{ J/K}$

(0,5 pt)

$\begin{aligned} 1 \text{ cal} &= 4,186 \text{ J} \\ 1 \text{ J} &= 0,24 \text{ cal} \end{aligned}$

$C_{cal} \approx 33,4 \text{ cal/K}$

(0,5 pt)



Exercice 2: (5,5 pts)

n moles d'un G.P. (P_i, V_i, T_i) $\xrightarrow[\text{monotherme}]{\text{compression}}$ ($2P_i, V_f, T_i$)

1) La 1^{ère} identité thermodynamique est: $dS = \frac{dU}{T} + \frac{P dV}{T} - \frac{P dV}{T}$
(car $dU=0$ (1^{ère} loi de Joule)).

$$\Rightarrow dS = \frac{nR}{V} \frac{dV}{T} = nR \frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta S = nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$
$$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

On a: $P_f V_f = nR T_f \Rightarrow V_f = \frac{nR T_f}{P_f} = \frac{nR T_i}{2P_i} = \frac{V_i}{2}$ (car $T_f = T_i$)

$$\Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta S = -nR \ln 2$$

2) le travail échangé au cours de cette transformation:

$$w = -\int P dV = -\int P_f dV = -P_f \int_{V_i}^{V_f} dV = -2P_i (V_f - V_i) \Rightarrow w = P_i V_i$$

3) Bilan énergétique:

$$dU = \delta Q + \delta w = 0 \text{ (car } dU = C_v dT \text{ et } dT = 0 \text{)}$$

$$\Rightarrow Q = -w \text{ alors: } \delta S^e = \frac{\delta Q}{T_i} \text{ (car } T_i = \text{cte)} \Rightarrow S^e = \frac{Q}{T_i}$$

$$d'où: S^e = \frac{-w}{T_i} = -\frac{P_i V_i}{T_i} = -nR$$

4) l'entropie de création interne:

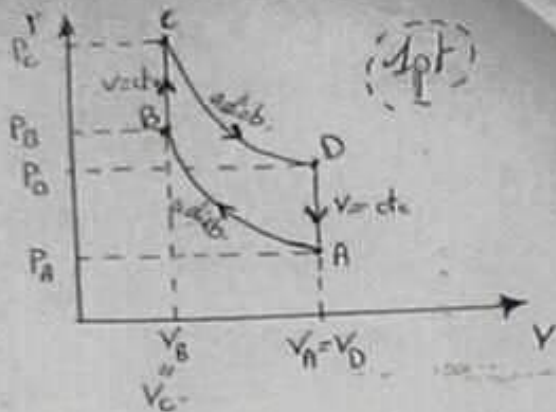
On a par définition: $\Delta S = S^e + S^c \Rightarrow S^c = \Delta S - S^e$
 $S^c = nR (1 - \ln 2)$

+ Puisque $S^c > 0$ Alors la transformation est irréversible.

Exercice 3 = (12,5 pts)

$V_A = 8 V_B$; $T_A = 300 \text{ K}$; $P_A = 10^5 \text{ Pa}$.

1) Il s'agit d'un moteur car le cycle est parcouru dans le sens horaire. (0,5 pt)



2) La pression et la température au pt B:

→ Tr. AB est adiabatique : $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \Rightarrow P_B = P_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma$ (0,5 pt)

$\xrightarrow{A.N.} P_B = 10^5 \cdot (8)^{1,4} = 18,38 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (0,25 pt)

Et on a aussi : $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = T_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$ (0,5 pt)

$\xrightarrow{A.N.} T_B = 300 \cdot (8)^{0,4} = 690 \text{ K}$ (0,25 pt)

3) La température T_C et la température T_D :

$m_{BC} = 50 \text{ kg} \rightarrow 1 \text{ mole d'air}$.

→ Tr. BC est isochore : $V_B = V_C$ et $Q_{BC} = C_V \Delta T = \frac{R}{\gamma-1} (T_C - T_B)$ (0,5 pt)

Donc : $T_C = \left(\frac{\gamma-1}{R} \cdot Q_{BC}\right) + T_B \xrightarrow{A.N.} T_C = 3095,5 \text{ K}$ (0,5 pt)

→ Tr. CD est adiabatique : $T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1}$ (0,5 pt)

$\Rightarrow T_D = T_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$

$\xrightarrow{\frac{V_C=V_B}{V_D=V_A}} T_D = T_C \cdot \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$

$\xrightarrow{A.N.} T_D = 1348 \text{ K}$ (0,5 pt)



Sweet Selfie

4) Les échanges de chaleur et de travail

→ la Tr. AB est adiabatique $\Rightarrow Q_{AB} = 0 \text{ J}$. (0,25 pt)

→ la Tr. BC est isochore $\Rightarrow Q_{BC} = 50 \text{ kJ}$. (donnée de la)

→ la Tr. CD est adiabatique $\Rightarrow Q_{CD} = 0 \text{ J}$. (0,25 pt)

→ la Tr. DA est isochore $\Rightarrow Q_{DA} = C_v \Delta T = C_v (T_A - T_D)$

$$Q_{DA} = \frac{R}{\gamma - 1} (T_A - T_D)$$

A.N. $\Rightarrow Q_{DA} = -21,8 \text{ kJ}$

les q^{tes} des travaux :

$$W_{AB} = - \int_A^B P dV = -k \int_{V_A}^{V_B} V^{-\gamma} dV = -k \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_A}^{V_B} = \frac{k}{\gamma-1} (V_B^{1-\gamma} - V_A^{1-\gamma})$$
$$= \frac{1}{\gamma-1} (P_B V_B - P_A V_A)$$

$$W_{AB} = \frac{R}{\gamma-1} (T_B - T_A) = 8106,15$$

$W_{BC} = W_{DA} = 0$ (BC et DA sont isochores).

$$W_{CD} = - \int_{V_C}^{V_D} P dV = -k \int_{V_C}^{V_D} V^{-\gamma} dV = \frac{R}{\gamma-1} (T_D - T_C) = -36,322 \text{ kJ}$$

$$5) * Q_{cycle} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = Q_{BC} + Q_{DA} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\text{A.N. } Q_{cycle} = 50 - 21,8 = 28,2 \text{ kJ} \quad (0,25 \text{ pt})$$

$$* W_{cycle} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = W_{AB} + W_{CD} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\text{A.N. } W_{cycle} = 8,106 - 36,322 = -28,2 \text{ kJ} \quad (0,25 \text{ pt})$$

Puisque $W_{cycle} < 0 \Rightarrow$ le cycle ABCDA est un cycle moteur car il fournit du travail au milieu exterieur. (0,25 pt)

6.) Bilan énergétique = www.pdf-cours.online

$$\Delta U_{cycle} = Q_{cycle} + W_{cycle}$$

$$= 28,2 - 28,2$$

$$\Delta U_{cycle} = 0 \text{ J} \quad \text{Alors } Q_{cycle} = -W_{cycle}$$

\Rightarrow le principe d'équivalence est vérifié. (0,25 pt)

7.) le rendement du cycle :

$$\eta = -\frac{W_{cycle}}{Q_{BC}} = \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\eta = 0,56$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{R}{\gamma - 1} (T_A - T_D) \right) \quad (0,5 \text{ pt})$$



(0,5 pt)