

**Module M2 : Physique 1**  
**Mécanique du Point Matériel**  
**Contrôle final. (1h 30 mn)**

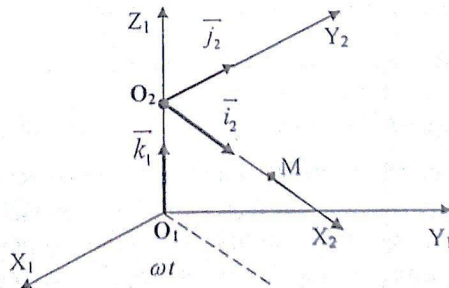
**Exercice 1 (10 points)**

Dans un repère galiléen  $R(O; X, Y, Z)$  muni d'une base orthonormée directe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , une particule M de masse  $m$  est repérée à chaque instant  $t$  par:  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = t\vec{i} + 2(t^2 + 1)\vec{j}$

- 1) Trouver l'équation de la trajectoire de M.
- 2) En déduire la nature de la trajectoire de M.
- 3) Dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ,
  - a) exprimer le vecteur vitesse  $\vec{V}$  de la particule M. En déduire son module  $V$ .
  - b) exprimer le vecteur accélération  $\vec{\gamma}$  de la particule M. En déduire son module  $\gamma$ .
  - c) donner l'expression de la résultante  $\vec{F}$  de toutes les forces exercées sur M dans R.
- 4) Montrer que  $\vec{F}$  est une force conservative. En déduire l'énergie potentielle  $E_p$  dont dérive  $\vec{F}$ . On désignera par K la constante d'intégration.
- 5) Déterminer l'expression du travail  $W_{A \rightarrow B}$  effectué par  $\vec{F}$  entre les points A(0,2) et B(1,4).
- 6) Donner l'expression de l'énergie cinétique  $E_c$  de M en fonction de  $m$  et  $x$ .
- 7) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver l'expression du travail  $W_{A \rightarrow B}$ .
- 8) Trouver l'expression de l'énergie mécanique  $E_m$  de la particule M en fonction de  $m$  et K.

**Exercice 2 (10 points)**

Dans un référentiel galiléen  $R_1(O_1; X_1, Y_1, Z_1)$  muni d'une base orthonormée directe  $(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ , on considère un axe rigide  $\vec{O_2X_2}$  horizontal de masse négligeable. L'axe  $\vec{O_2X_2}$  tourne autour de  $\vec{O_1Z_1}$  avec une vitesse angulaire constante  $\vec{\omega} = \omega\vec{k}_1$ . Soit le repère mobile  $R_2(O_2; X_2, Y_2, Z_1)$  muni d'une base orthonormée directe  $(\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_1)$ . Le point  $O_2$  est en mouvement sur l'axe  $\vec{O_1Z_1}$  tel qu'à chaque instant  $t$ :  $\vec{O_1O_2} = a t \vec{k}_1$  (a est une constante >0). Un point matériel M de masse  $m$  se déplace sur l'axe  $\vec{O_2X_2}$  tel qu'à chaque instant  $t$ :  $\vec{O_2M} = b t \vec{i}_2$  (b est une constante positive).



Dans la base  $(\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_1)$ ,

- 1) exprimer toutes les forces exercées sur M dans le repère mobile  $R_2(O_2; X_2, Y_2, Z_1)$ .
- 2) écrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $R_2(O_2; X_2, Y_2, Z_1)$
- 3) donner les projections orthogonales de cette relation suivant les trois axes du repère  $R_2(O_2; X_2, Y_2, Z_1)$
- 4) en déduire l'expression de la réaction  $\vec{R}$  exercée par l'axe  $\vec{O_2X_2}$  sur M.
- 5) retrouver l'expression de la réaction  $\vec{R}$  en appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le repère  $R_1$ .