Université Mohammed V-Agdal
Faculté des Sciences de Rabat

Année universitaire 2011-2012
SMPC1

Mécanique.1
Contrôle final. (1h 30 mn)

Exercice1 (10points)

Dans un repère galiléen R(O;X,Y,Z) muni d'une base orthonormée directe $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, une particule M de masse m est repérée par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) telles que :

$$\begin{cases} x = 2a\cos\omega t \\ y = a\sin\omega t \\ z = 0 \end{cases}$$ (a et ω sont des constantes positives et t désigne le temps)

1) Trouver l'équation cartésienne de la trajectoire de M. Préciser sa nature.
2) Exprimer dans la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, la résultante $\overline{F}$ de toutes les forces qui agissent sur la particule M, en fonction de m, ω et des variables x *et* y.
3) Montrer que $\overline{F}$ est une force centrale de centre O.
4) Déterminer l'énergie potentielle E_p en fonction de m, ω, a, x *et* y. On notera K, la constante d'intégration.
5) En déduire l'expression du travail $W_{A\to B}$ effectué par $\overline{F}$ lorsque la particule M se déplace de la position A ($2a$,0 ,0) à la position B (0, a,0).
6) En déduire la variation de l'énergie cinétique $E_c(B)-E_c(A)$ entre les positions A et B.
7) Trouver l'expression de l'énergie cinétique E_c en fonction de m, ω, a et du temps t.
8) Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E_m de la particule M. Conclure.

Exercice 2 (10 points)

Dans un référentiel supposé galiléen R (O;X,Y,Z) lié au centre de la terre de masse M_T, un point matériel M de masse m est soumis à la seule force centrale d'attraction terrestre $\overline{F}$:

$$\overline{F} = -\frac{k}{r^2}\overrightarrow{e_r} \;; \qquad k = GM_T m \text{ et G est la constante universelle.}$$

$$r = \left|\overline{OM}\right| \;; \qquad \overrightarrow{e_r} \text{ est le vecteur unitaire de la direction } \overrightarrow{OM}$$

1) Montrer que le vecteur moment cinétique $\overrightarrow{\sigma_O}(M/R)$ par rapport à O est un vecteur constant.
2) En déduire que la trajectoire du point matériel M est plane.