Université Ibn Zohr
Faculté Polydisciplinaire
Ouarzazate, Maroc

جامعة ابن زهر
الكلية متعددة التخصصات
ورزازات، المغرب

www.pdf-cours.online

Épreuve de Thermodynamique I *
Responsable : H. Chaib
Filière : SMP, **Semestre** : 1, **Année** : 2014/2015
Date : 16-01-2015 à 08:15, **Durée** : 90 min

Questions de Cours

1. Rappeler la première loi de Joule.
2. Rappeler la loi de Dalton.
3. Représenter sur le diagramme d'Amagat, une compression isotherme d'un gaz parfait.

Problème 1

Dans le cylindre d'un moteur à combustion se trouve une masse $m = 5$ g d'air sous une pression $p_1 = 25$ bar et une température $T_1 = 830°$C. Au cours de la détente du gaz, on injecte un carburant qui s'enflamme. Ce processus réversible se fait selon une transformation polytrope de coefficient $\eta = -1$ et la pression grimpe à $p_2 = 35$ bar. On néglige les variations de masse et de composition dans le cylindre. La masse molaire de l'air est $M = 29$ g mol^{-1}. Le gaz qui se trouve dans le cylindre est supposé parfait.

1. Calculer le nombre de moles n du gaz qui se trouve dans le cylindre.
2. Calculer le volume V_1 du gaz avant l'injection du carburant.
3. Déterminer les grandeurs thermiques après injection et combustion du carburant.
4. Représenter la transformation dans le diagramme de Clapeyron.
5. Déterminer la variation ΔU_{12} de l'énergie interne et celle l'enthalpie ΔH_{12} du gaz.
6. Calculer le travail volumétrique W_{12} mis en jeu au cours de cette transformation.
7. Déterminer la quantité d'énergie apportée par la combustion du carburant.

Problème 2

Un cylindre rigide est divisé en deux compartiments A et B par un piston qui peut se déplacer sans frottements. Chacun des compartiments contient initialement un volume $V_0 = 20$ l d'un même gaz à la température $T_0 = 27°$C sous la pression $p_0 = 1$ bar. Une résistance chauffante R de volume négligeable chauffe d'une manière très lente le gaz du compartiment A jusqu'à ce que le gaz du compartiment B soit caractérisé par la pression

*. La version électronique de l'énoncé et la correction de cette épreuve seront publiés en ligne, quelques heures après la date affichée ci-dessus, sur le site Web : http://chaib.fpo.ma/teaching/.

www.pdf-cours.online

$p_2 = 3$ bar, le volume V_2 et la température $T_2 = 138$°C. Dans cet état, le gaz dans le compartiment A est caractérisé par la pression p_1, le volume V_1 et la température T_1 (figure ci-dessous). Le gaz en question est supposé parfait et les parois du cylindre et le piston sont supposés adiabatiques.

1. Calculer le nombre de moles n du gaz qui se trouve dans chacun des compartiments.
2. Calculer le volume V_2. En déduire le volume V_1.
3. Quelle est la pression p_1. En déduire la température T_1.
4. Donner l'équation caractérisant la relation entre les grandeurs thermiques p et V de la transformation isentrope subie par le gaz du compartiment B.
5. En déduire l'expression de $\frac{p_2}{p_0}$ en fonction de $\frac{V_0}{V_2}$ et l'indice adiabatique γ du gaz du compartiment B.
6. Calculer l'indice adiabatique γ du gaz.
7. Le gaz en question est il monoatomique, diatomique ou polyatomique ? Justifier.
8. Calculer le travail W_B reçu par le gaz du compartiment B. En déduire la variation de son énergie interne ΔU_B.
9. Calculer la variation de l'énergie interne ΔU_A du gaz du compartiment A.
10. En déduire l'énergie Q fournie par la résistance.

On donne : la constante universelle des gaz parfaits est $R = 8{,}314$ J mol^{-1} K^{-1}.

UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté Polydisciplinaire
Ouarzazate, Maroc

جامعة ابن زهر
الكلية متعددة التخصصات
ورزازات، المغرب

www.pdf-cours.online

Correction de l'Épreuve de Thermodynamique I *
Responsable : H. Chaib
Filière : SMP, **Semestre** : 1, **Année** : 2014/2015
Date : 16-01-2015 à 08:15, **Durée** : 90 min

Questions de Cours

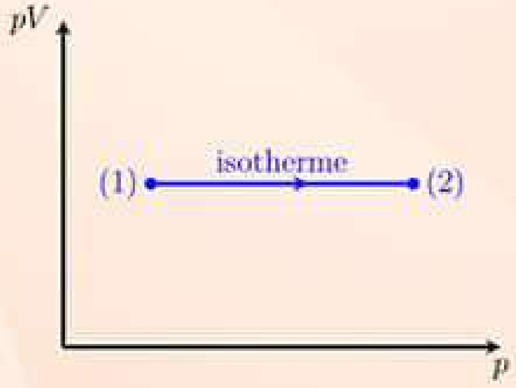
1. On dit qu'un gaz satisfait la première loi de Joule (qui s'appelle aussi loi de Joule-Gay-Lussac) si son energie interne U ne dépend que de sa température T.

2. La loi de Dalton stipule que la pression totale p exercée par un mélange de gaz parfaits est égale à la somme des pressions partielles des gaz constituants. L'énoncé mathématique de cette loi s'écrit :

$$p = \sum_i p_i \tag{1}$$

   où p_i désigne la pression partielle du gaz i, c'est-à-dire la pression qu'aurait le gaz i s'il occupait seul tout le volume V.

3. Une transformation isotherme d'un gaz parfait est caractérisée par $pV = nRT = Cte$, alors elle est représentée sur le diagramme d'Amagat par un segment horizontal. Étant donné qu'il s'agit d'une compression, alors elle évolue dans le sens des pressions croissantes (figure ci-dessous).



*. La version électronique de l'énoncé et la correction de cette épreuve seront publiés en ligne, quelques heures après la date affichée ci-dessus, sur le site Web : http://chaib.fpo.ma/teaching/.

www.pdf-cours.online

Problème 1

1. Le nombre de moles n d'air qui se trouve dans le cylindre est donné par :

$$n = \frac{m}{M} \tag{2}$$

A.N. : $n = 0{,}172$ mol.

2. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V_1 du gaz avant l'injection du carburant s'écrit :

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} \tag{3}$$

A.N. : $V_1 = 0{,}632$ l.

3. Soient p_2, V_2 et T_2 les grandeurs thermiques caractérisant le gaz à l'intérieur du cylindre après l'injection du carburant. La transformation que subit le gaz dans le cylindre est polytrope de coefficient $\eta = -1$, on a :

$$p_1 V_1^{\eta} = p_2 V_2^{\eta} \tag{4}$$

d'où le volume V_2 est donnée par :

$$V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\eta}} V_1 \tag{5}$$

Selon l'équation d'état des gaz parfaits, la température T_2 s'écrit :

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} \tag{6}$$

A.N. : $V_2 = 0.885$ l et $T_2 = 2162$ K.

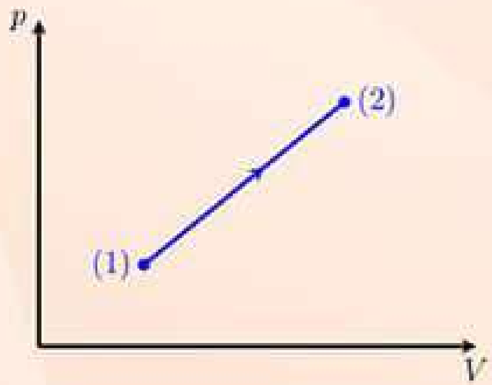
4. La transformation en question est polytrope de coefficient $\eta = -1$. Alors :

$$pV^{-1} = p_1 V_1^{-1} \tag{7}$$

soit :

$$p = \frac{p_1}{V_1} V \tag{8}$$

qui est l'équation d'une droite passant par le point $(0, 0)$. La représentation de cette transformation dans le diagramme de Clapeyron est donnée par la figure ci-dessous.



www.pdf-cours.online

5. La variation de l'énergie interne ΔU_{12} accompagnée à cette transformation entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$\Delta U_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_V \mathrm{d}T = C_V(T_2 - T_1) \tag{9}$$

Pour l'enthalpie, sa variation ΔH_{12} accompagnée à cette transformation entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$\Delta H_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_p \mathrm{d}T = C_p(T_2 - T_1) \tag{10}$$

avec $C_V = \frac{5}{2}nR$ et $C_p = \frac{7}{2}nR$ car il s'agit d'un gaz diatomique.
A.N. : $\Delta U_{12} = 3{,}795$ kJ et $\Delta H_{12} = 5{,}312$ kJ.

6. Pour une transformation polytrope, on peut écrire :

$$p = \frac{p_1 V_1^\eta}{V^\eta} \tag{11}$$

Or, pour la présente transformation, $\eta = -1$, alors :

$$p = -\frac{p_1}{V_1} V \tag{12}$$

Le travail volumétrique mis en jeu au cours de cette transformation s'écrit donc :

$$W_{12} \;=\; -\frac{p_1}{V_1}\int_{V_1}^{V_2} V \mathrm{d}V \tag{13}$$

soit :

$$W_{12} \;=\; -\frac{p_1}{V_1}\left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) \tag{14}$$

A.N. : $W_{12} = -0{,}759$ kJ.

7. L'énergie libérée par la combustion du carburant est transférée au gaz sous forme de chaleur Q_{12}. D'après le premier principe de la thermodynamique, cette quantité de chaleur s'exprime comme suit :

$$Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} \tag{15}$$

A.N. : $Q_{12} = 4{,}554$ kJ.

Problème 2

1. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le nombre de moles n du gaz qui se trouve dans chacun des compartiments est donné par :

$$n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} \tag{16}$$

A.N. : $n = 0{,}802$ mol.

www.pdf-cours.online

2. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V_2 s'écrit :

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2} \tag{17}$$

   et on :

$$V_1 + V_2 = 2V_0 \tag{18}$$

   alors :

$$V_1 = 2V_0 - V_2 \tag{19}$$

   A.N. : $V_2 = 9.133$ l et $V_1 = 30,867$ l.

3. Le piston se déplace sans frottement, alors la pression est la même dans les deux compartiments :

$$p_1 = p_2 \tag{20}$$

   Selon l'équation d'état des gaz parfaits, la température T_1 s'écrit :

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} \tag{21}$$

   A.N. : $p_1 = 3$ bar et $T_1 = 1389$ K.

4. L'équation caractérisant la relation entre les grandeurs thermiques p et V de la transformation isentrope subie par le gaz du compartiment B s'écrit :

$$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma = p_2 V_2^\gamma \tag{22}$$

5. Selon l'équation précédente, il vient :

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^\gamma \tag{23}$$

6. D'après l'équation précédente, on peut écrire :

$$\ln\frac{p_2}{p_0} = \ln\left(\frac{V_0}{V_2}\right)^\gamma \tag{24}$$

   d'où :

$$\gamma = \frac{\ln\frac{p_2}{p_0}}{\ln\frac{V_0}{V_2}} \tag{25}$$

   A.N. : $\gamma = 1,402$.

7. Le gaz en question a un indice adiabatique $\gamma = 1.402 \simeq \frac{7}{5}$ qui est l'indice adiabatique d'un gaz parfait diatomique. Ce gaz est donc diatomique.

8. Le gaz qui se trouve dans le compartiment B subit une transformation adiabatique réversible (c.-à-d. isentrope), alors sa pression s'écrit $p = \frac{p_0 V_0^\gamma}{V^\gamma}$. Cependant :

$$W_B = -\int_{V_0}^{V_2} p\mathrm{d}V = -p_0 V_0^\gamma \int_{V_0}^{V_2} \frac{\mathrm{d}V}{V^\gamma} \tag{26}$$

   soit :

$$W_B = \frac{p_0 V_0^\gamma}{\gamma - 1}\left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_0^{\gamma-1}}\right) \tag{27}$$

www.pdf-cours.online

ou bien :

$$W_B = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{p_2 V_2^{\gamma}}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{p_0 V_0^{\gamma}}{V_0^{\gamma-1}}\right) \tag{28}$$

car $p_0 V_0^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$, alors :

$$W_B = \frac{1}{\gamma - 1}(p_2 V_2 - p_0 V_0) \tag{29}$$

Étant donné la quantité de chaleur échangée lors d'une transformation isentrope est nulle, alors :

$$\Delta U_B = W_B \tag{30}$$

A.N. : $W_B = 1{,}842$ kJ et $\Delta U_B = 1{,}842$ kJ.

9. La variation de l'énergie interne ΔU_A du gaz qui se trouve dans le compartiment A s'écrit :

$$\Delta U_A = \int_{T_0}^{T_1} C_V \mathrm{d}T = C_V(T_1 - T_0) \tag{31}$$

avec $C_V = \frac{5}{2}nR$ car il s'agit d'un gaz parfait diatomique.
A.N. : $\Delta U_A = 18{,}150$ kJ.

10. L'échange d'énergie du système entier, constitué par les deux compartiments, avec le milieu extérieur se fait sous forme de chaleur Q car le travail W qu'il échange avec le milieu extérieur est nul (le volume du cylindre rigide entourant le système est constant). La quantité de chaleur Q, qui est fournie par la résistance, est donnée par :

$$Q = \Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B \tag{32}$$

A.N. : $Q = 19{,}992$ kJ.