UNIVERSITE IBN ZOHR
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
AGADIR

Agadir Janvier 2018

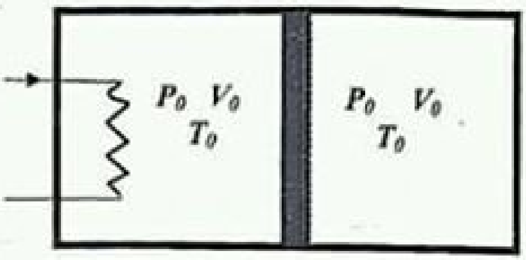
Nom et Prénom : 	N° d'examen :
CNE : 	CIN : 	Filière :
Note de l'enseignant : 	Prof : A-EL YAKOUBI

Examen de rattrapage de Thermodynamique I
Sections SMP1-SMC1-SMI (durée : 1H 30 mn)

Exercice I

Un cylindre à parois **thermiquement isolées**, comportant deux compartiments contenant de l'air atmosphérique, gaz assimilé à un gaz parfait diatomique.

Ces deux compartiments contiennent chacun une mole du gaz et ils sont séparés par un piston **non conducteur de chaleur** qui peut se déplacer horizontalement sans frottement (voir figure).



A l'état initial, les conditions pour chacun des deux compartiments, sont P_0, V_0 et T_0.

Par l'intermédiaire d'une résistance chauffante, de la chaleur est fournie ***très lentement*** au compartiment gauche. Le gaz qui y contenu se détend et agit alors sur le piston qui comprime le gaz du compartiment droit jusqu'au volume $V_2 = kV_0$ ($k < 1$).

On donne : $P_0 = 1\ atm$; $T_0 = 300\ K$; $K = 0{,}75$; $\gamma = 1{,}4$; $R = 8{,}32\ J.mole^{-1}.K^{-1}$ ($k^{-\gamma} = 1{,}5$).

1) Quel type de transformation subit le gaz du compartiment droit? Justifier votre réponse.

c'est une transformation adiabatique car les parois du cylindre sont thermiquement isolées et le piston non conducteur de chaleur ($Q = 0$)

2) Déterminer, en fonction P_0, V_0, T_0, k et du rapport constant $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, l'expression :

a) de la température T_2 du compartiment droit. Donner sa valeur numérique

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{\gamma-1} \cdot T_0 = T_0 \cdot k\, k^{-\gamma}$

$T_2 = 300 \times 0{,}75 \times 1{,}5 = 337{,}5\ K$

b) de sa pression P_2. Donner sa valeur numérique

$P_2 V_2^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \longrightarrow P_2 = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{\gamma} \cdot P_0 = P_0\, k^{-\gamma} = 1 \times 1{,}5$

$\boxed{P_2 = 1{,}5\ atm}$

c) du travail W_2 qu'il échange. Quel est son signe ? Donner sa valeur numérique

$W_2 = \Delta U = C_v (T_2 - T_0) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_0) > 0 = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}\left(k^{1-\gamma} - 1\right)$

$W_2 = \frac{1 \times 8{,}32}{1{,}4 - 1}(337{,}5 - 300) = 780\ J$

3) Quelle est alors la pression P_1 qui règne dans le compartiment gauche? Justifier votre réponse.

le piston est en équilibre à l'état final, $F_1 = F_2$ donc

$P_1 = P_2 = 1,5$ atm

4) Déterminer, en fonction P_0, V_0, T_0, k et γ :

a) La température T_1 du gaz du compartiment gauche. Donner sa valeur numérique

$P_1V_1 = RT_1 \longrightarrow T_1 = \frac{P_1V_1}{R} = \frac{P_0 \cdot k^{-\gamma} \cdot (2-k)V_0}{R}$

$\boxed{T_1 = T_0 k^{-\gamma}(2-k)} = 562,5K$

Rq : $V_1 + V_2 = 2V_0$

b) La chaleur Q_1 reçue par celui-ci (On applique le premier principe ; sachant que $W_1 = -W_2$).

$Q_1 = \Delta U - W_1 = \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_0) + \frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_0)$

$\boxed{Q_1 = \frac{2P_0V_0}{\gamma-1}(k^{-\gamma} - 1)}$

5) Montrer que l'on a : $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2-k}{k}$

D'après 2-a/ on a $T_2 = T_0 k . k^{-\gamma}$ et D'après 4/a) on a $T_1 = T_0 k^{-\gamma}(2-k)$

$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_0 k^{-\gamma}(2-k)}{T_0 k k^{-\gamma}} = \frac{2-k}{k}}$

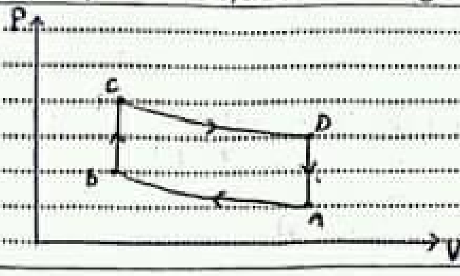
Exercice II : Etude du cycle essence Beau De Rochas

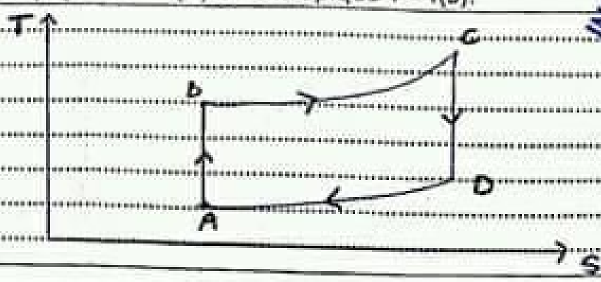
On considère **une mole de gaz parfait** diatomique à la température T_A, à la pression P_A, de chaleur spécifique molaire à volume constant c_v et de coefficient $\gamma = 1,4$.

On suppose que ce gaz subit les transformations **réversibles** suivantes (cycle essence) :

- une compression adiabatique le faisant passé de l'état (P_A, V_A, T_A) à l'état (P_B, V_B, T_B), avec $P_B > P_A$ et $\alpha = \frac{V_B}{V_A} < 1$.
- une compression isochore de l'état (P_B, V_B, T_B) à l'état (P_C, V_C, T_C) avec $P_C > P_B$.
- une détente adiabatique de l'état (P_C, V_C, T_C) à l'état (P_D, V_D, T_D) avec $V_D = V_A$ et $P_D > P_A$.
- un refroidissement isochore de l'état (P_D, V_D, T_D) à l'état (P_A, V_A, T_A).

1) Tracer le cycle dans les diagrammes de Clapeyron P = f(V) et entropique T = f(S).





2) *a)* Etablir, pour n=1, les expressions de c_v et c_p en fonction de γ et R (R : Constante des gaz parfaits).

$C_v = \frac{nR}{\gamma-1} = \frac{R}{\gamma-1}$, $C_p - C_v = nR \longrightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$

b) Etablir la loi des gaz parfaits $PV^\gamma = cte$ en fonction des paramètres γ, T et V.

$PV^\gamma = cte \longrightarrow \frac{RT}{V} \cdot V^\gamma = cte \longrightarrow RTV^{\gamma-1} = cte$

$\boxed{TV^{\gamma-1} = cte}$

3) Lors de la transformation AB, déterminer :

a) l'expression du rapport $\frac{T_B}{T_A}$ en fonction de α et γ. Comparer T_B et T_A

b) l'expression du travail échangé W_{AB}, en fonction de α, γ, R et T_A. Quel est son signe ?

a) $T_A \cdot V_A^{\gamma-1} = T_B \cdot V_B^{\gamma-1} \longrightarrow \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{1-\gamma} > 1$ donc $T_B > T_A$

b) $W_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{R}{\gamma-1}(T_B - T_A) = \frac{R}{\gamma-1}(\alpha^{1-\gamma} - 1)T_A > 0$

4) Dans le cas de la compression isochore BC :

a) Comparer T_C à T_B. Justifier votre réponse.

b) Déterminer l'expression de l'énergie interne ΔU_{BC} en fonction de γ, R, P_B, P_C et T_B.

c) En déduire l'expression de la quantité de chaleur Q_{BC}. Quel est son signe ?

d) Déterminer l'expression de la variation d'entropie ΔS_{BC} en fonction de γ, R, P_C et P_B.

a) $T_C/T_B = P_C/P_B > 1 \longrightarrow T_C > T_B$

b) $\Delta U_{BC} = \frac{R}{\gamma-1}(T_C - T_B) = \frac{R T_B}{\gamma-1}\left(\frac{P_C}{P_B} - 1\right)$

c) $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = \frac{R T_B}{\gamma-1}\left(\frac{P_C}{P_B} - 1\right) > 0$

d) $\Delta S_{BC} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{R}{\gamma-1}\int_B^C \frac{dT}{T} = \frac{R}{\gamma-1}\ln\frac{T_C}{T_B} = \frac{R}{\gamma-1}\ln\frac{P_C}{P_B}$

5) Lors de la transformation adiabatique CD, Déterminer :

a) l'expression du rapport $\frac{T_C}{T_D}$ en fonction de α et γ. Comparer T_C et T_D

b) l'expression du travail W_{CD} en fonction de α, γ, R et T_D. Quel est son signe ?

c) la variation d'entropie ΔS_{CD}.

a) $T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1} \longrightarrow \frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{1-\gamma} > 1$ donc $T_C > T_D$

b) $W_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{R}{\gamma-1}(T_D - T_C) = \frac{R T_D}{\gamma-1}(1 - \alpha^{1-\gamma}) < 0$

3) Quelle est alors la pression P_1 qui règne dans le compartiment gauche? Justifier votre réponse.

le piston est en équilibre à l'état final, $F_1 = F_2$ donc

$P_1 = P_2 = 1,5$ atm

4) Déterminer, en fonction P_0, V_0, T_0, k et γ :

a) La température T_1 du gaz du compartiment gauche. Donner sa valeur numérique

$P_1V_1 = R\,T_1 \longrightarrow T_1 = \frac{P_1V_1}{R} = \frac{P_0 \cdot k^{-\gamma} \cdot (2-k)V_0}{R}$

$\boxed{T_1 = T_0\, k^{-\gamma}(2-k)} = 562,5\,K$

Rq : $V_1 + V_2 = 2V_0$

b) La chaleur Q_1 reçue par celui-ci (On applique le premier principe ; sachant que $W_1 = -W_2$).

$Q_1 = \Delta U - W_1 = \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_0) + \frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_0)$

$\boxed{Q_1 = \frac{2P_0V_0}{\gamma-1}(k^{-\gamma} - 1)}$

5) Montrer que l'on a : $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2-k}{k}$

D'après 2-a/ on a $T_2 = T_0\, k \cdot k^{-\gamma}$ et D'après 4/a) on a $T_1 = T_0\, k^{-\gamma}(2-k)$

$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_0\, k^{-\gamma}(2-k)}{T_0\, k\, k^{-\gamma}} = \frac{2-k}{k}}$

Exercice II : Etude du cycle essence Beau De Rochas

On considère **une mole de gaz parfait** diatomique à la température T_A, à la pression P_A, de chaleur spécifique molaire à volume constant c_v et de coefficient $\gamma = 1,4$.

On suppose que ce gaz subit les transformations **réversibles** suivantes (cycle essence) :

- une compression adiabatique le faisant passé de l'état (P_A, V_A, T_A) à l'état (P_B, V_B, T_B), avec $P_B > P_A$ et $\alpha = \frac{V_B}{V_A} < 1$.
- une compression isochore de l'état (P_B, V_B, T_B) à l'état (P_C, V_C, T_C) avec $P_C > P_B$.
- une détente adiabatique de l'état (P_C, V_C, T_C) à l'état (P_D, V_D, T_D) avec $V_D = V_A$ et $P_D > P_A$.
- un refroidissement isochore de l'état (P_D, V_D, T_D) à l'état (P_A, V_A, T_A).

1) Tracer le cycle dans les diagrammes de Clapeyron P = f(V) et entropique T = f(S).