

www.pdf-cours.online

Examen de Mécanique Session 1

Exercice : (6 points)

Un point matériel M est en mouvement dans le plan (xOy) . Les composantes cartésiennes de son vecteur vitesse sont : $v_x = R\omega \cos(\omega t)$ et $v_y = R\omega \sin(\omega t)$ où R et ω sont des constantes réelles et positives. A l'instant $t = 0$, le point M se trouve à l'origine $O(0,0)$.

- 1- Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération.
- 2- Exprimer la vitesse et l'accélération de M dans la base de Serret-Frenet $(\vec{t}, \vec{r}, \vec{b})$. En déduire le rayon de courbure R_c .
- 3- Déterminer les composantes $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position \vec{OM} .
- 4- Déduire l'équation de la trajectoire. Quelle est la nature du mouvement ?

Problème : (14 points)

On considère le repère galiléen $R(O, x, y, z)$ de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ fixe (repère absolu), (xOy) étant le plan vertical. Soit une tige (O_1A) , faisant un angle θ constant avec l'horizontale, en mouvement tel que son extrémité O_1 astreint à se déplacer le long de l'axe Ox avec $\vec{OO_1} = \frac{1}{2}at^2\vec{i}$ (a est une constante positive). On désigne par $R_1(O_1, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ un repère lié à la tige (repère relatif) (Figure 1).

Soit un anneau M de masse m (assimilé à un point matériel) se déplaçant sans frottement le long de la tige et repéré dans R_1 par $\vec{O_1M} = r\vec{u}$.

Tous les résultats doivent être exprimés dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

- 1) Exprimer dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$
 - a- Les vecteurs $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 - b- La vitesse et l'accélération du point M par rapport au repère R_1 .
 - c- La vitesse et l'accélération du point M par rapport au repère R .
 - d- Le repère R_1 est-il galiléen ? Justifier.
- 2)
 - a- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur M dans le repère R_1 et donner leurs expressions dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.
 - b- En utilisant le PFD dans R_1 , déterminer l'équation différentielle du mouvement et la réaction \vec{R} exercée sur M par la tige.
- 3)
 - a- Calculer l'énergie cinétique de M par rapport au repère R_1 , $E_c(M/R_1)$.
 - b- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique (théorème de la puissance) dans le repère R_1 , montrer que le terme $\frac{d^2r}{dt^2}$ est constant. Quelle est alors la nature du mouvement de M dans le repère R_1 .