

TD de Thermodynamique SMPC
Série n° 4

Habib
Kadi

Exercice 1 : Un gaz parfait subit une transformation à température constante (Transformation isotherme) réversible de l'état 1 (P_1, V_1) à l'état 2 (P_2, V_2).

a- Trouver l'expression du travail reçu par n moles de ce gaz.

On suppose que le gaz subit une transformation isotherme irréversible de l'état 1 à l'état 2 :

b- Trouvez l'expression du travail reçu par n moles de ce gaz.

On considère une mole d'un gaz réel obéissant à l'équation d'état de Van der Waals auquel on fait subir une transformation réversible isotherme à la température T , faisant passer ce gaz de l'état 1 (P_1, V_1) à l'état 2 (P_2, V_2).

c- Déterminer l'expression du travail dans ce cas.

Exercice 2 : Un solide de volume V_0 , dont les coefficients thermoélastiques χ_T et α sont constants. On fait subir à ce solide les transformations suivantes :

- Un échauffement isobare réversible de l'état A_0 (P_0, V_0, T_0) à l'état A_1 (P_0, V_1, T_1), la température T_1 est proportionnelle à la température initiale T_0 ($T_1 = K T_0$).

- Une compression isotherme réversible de l'état A_1 à l'état A_2 (P_2, V_2, T_1)

1- Représenter les états A_0, A_1 et A_2 dans le diagramme (P, T) et dans le diagramme de Clapeyron (P, V).

2- établir l'expression du travail mis en jeu entre l'état A_0 et l'état A_1 , en fonction de P_0, V_0, T_0, α, K et χ_T .

3- En suivant le trajet $A_0 A_1 A_2$ dans le diagramme (P, T),

4- En suivant le trajet direct $A_0 A_2$.

Exercice 3: Un récipient contenant 6 g d'hydrogène, supposé gaz parfait. On le chauffe par un bec de benzène, sa température s'élève de 15°C à 30°C . Calculer :

1°) la variation d'énergie interne du gaz au cours de cet échauffement ;

2°) la quantité de chaleur reçue par le gaz qui cède un travail W au milieu extérieur.

On donne :

Constante universelle des gaz parfaits : $R = 3,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;

Le travail fourni par le gaz est de 264 J ;

Le rapport des chaleurs spécifiques de l'hydrogène est $1,4$;

Exercice 4: Un réservoir fermé par un piston mobile sans frottement, renferme une masse d'un gaz parfait monoatomique (hélium) à l'état 1 (P_1, V_1). On réalise une compression adiabatique, de façon réversible, qui amène le gaz à l'état 2 (P_2, V_2). Déterminer :

1°) le volume final V_2 ;

2°) le travail reçu par le gaz,

3°) la variation d'énergie interne ΔU et la variation d'enthalpie ΔH du gaz.

4°) la variation de température ΔT du gaz, en déduire la température T_2 à l'état 2.

$Q_{CA} + W_{CA} = 0$ $\Delta U = Q_{CA} + W_{CA}$ $dH = c_p dT$
 $Q_{CA} = -W_{CA}$

Exercice 5: On considère une masse de gaz parfait à laquelle on fait subir le cycle de transformations réversibles suivantes :

Habib Kadi

- une transformation AB isobare : $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$
- une transformation BC isochore : $V_2 = V_1/5 = 2 \text{ l}$
- une transformation isotherme CA à $T_1 = 300 \text{ K}$

- 1°) Calculer la pression P_2 du gaz au point C.
- 2°) Calculer le travail reçu par le gaz au cours du cycle.
- 3°) Calculer les quantités de chaleur reçues au cours des transformations AB, BC, CA.
- 4°) Calculer la variation d'énergie interne du gaz le long de chaque transformation, déduire la variation d'énergie interne sur tout le cycle.

On donne : $\gamma = 1,4$.

Exercice 6: Une quantité de matière de masse m supposée gaz parfait évolue d'un état initial A (P_A, V_A, T_A) vers un état final C (P_C, V_C, T_C) suivant deux chemins différents (1) et (2):

> Le chemin (1) est composé des deux transformations suivantes:

Une compression isotherme réversible de l'état A à un état E, suivie d'une compression adiabatique réversible de l'état E à l'état C.

> Le chemin (2) est composé des deux transformations suivantes:

Une compression adiabatique réversible de l'état A à un état F, suivie d'une compression isotherme de l'état F à l'état C.

- 1°- Représenter qualitativement les transformations (1) et (2) dans le diagramme de Clapeyron (P, V)
- 2°- Trouver la masse m de ce gaz.
- 3°- Calculer la pression P_E du gaz à l'état E.
- 4°- Déterminer la pression P_C et la température T_C , du gaz à l'état C.
- 5°- Déterminer le volume V_F et la pression P_F du gaz à l'état F.
- 6°- Déterminer l'expression du travail échangé par le gaz avec le milieu extérieur le long des chemins (1) et (2).
- 7°- Trouver l'expression de la chaleur échangée avec le milieu extérieur le long des chemins (1) et (2).
- 8°- Déduire les variations des énergies internes $(\Delta U)_1$, suivant le chemin (1) et $(\Delta U)_2$ suivant le chemin (2).

Données :

- Etat A : $P_A = 10^5 \text{ Pa}$; $V_A = 0,1 \text{ m}^3$; $T_A = 300 \text{ K}$.
- Etat E : $V_E = V_A/5$
- Etat C : $V_C = V_E/2$
- $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$; $\gamma = 1,4$; $c_p = 1 \text{ kJ.Kg}^{-1}.K^{-1}$; $R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$.

$P_A V_A = nRT$

RT

Thermodynamique

serie 4:

1 Exercice 1

G.P: - isotherme réversible.
- isotherme irréversible.

G.R: (G.VDW): - isotherme réversible.

$$\delta W = -P_{ext} \cdot dV$$

si la transf est rév

$$P_{ext} = P_{gaz}$$

$$\Rightarrow \delta W = -P \cdot dV$$

a) on a $\delta W = -P_{ext} dV$

* Pour une transformation isotherme réversible:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = - \int_{V_1}^{V_2} nRT \cdot \frac{dV}{V}$$

$$W_r = -nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -nRT_0 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

b) Pour une transformation isotherme irréversible:

$$\int \delta W = - \int P_{ext} \cdot dV = -P_{ext}(V_2 - V_1) = -P_{final}(V_2 - V_1)$$

c) Pour un G.R:

- Isotherme réversible:

on a l'équation d'état de Van der Waals: pour 1 mole:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

$$\delta W = -P_{ext} dV \Rightarrow W = - \int P dV$$

$$\Rightarrow W = - \int \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV \Rightarrow W = -RT \left(\frac{dV}{V-b} + a \frac{dV}{V^2} \right)$$

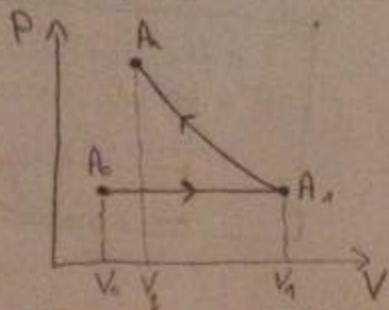
$$\Rightarrow W = -RT \left[\ln(V-b) + a - \frac{1}{V} \right]_1^2$$

$$\Rightarrow W = -RT \ln\left(\frac{V_2-b}{V_1-b}\right) + \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}$$

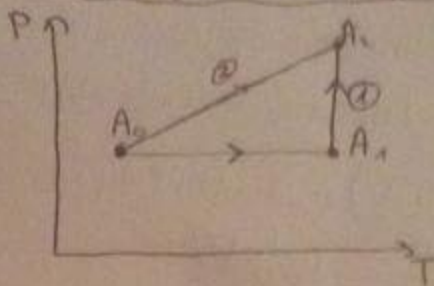
Habib
Kadi

Exercice 2

1) Le diagramme (P; V):



Le diagramme (P; T):



2) a- on a $\delta W = -P dV$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

$$dV = \alpha V_0 dT - \chi_T V_0 dP$$

$$\text{donc } \delta W = -P \alpha V_0 dT + \chi_T P V_0 dP$$

* $A_0 \rightarrow A_1$: $T_1 = K T_0$

$$\delta W = -P \alpha V_0 dT = -P_0 \alpha V_0 dT$$

$$W_{A_0 \rightarrow A_1} = -\alpha P_0 V_0 (T_1 - T_0)$$

$$= -\alpha P_0 V_0 T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right)$$

$$W_{A_0 \rightarrow A_1} = -\alpha P_0 V_0 T_0 (K - 1)$$

* $A_1 \rightarrow A_2$: $T = \text{cte}$ / $P = kT$

$$\delta W = \chi P V_0 dP \Rightarrow W = \chi V_0 \left[\frac{P^2}{2}\right]_1^2$$

$$\delta W = \frac{\chi V_0}{2} (P_2^2 - P_1^2)$$

$$= \frac{\chi V_0 P_0^2}{2} \left(\frac{P_2^2}{P_0^2} - 1\right)$$

$$= \frac{\chi V_0 P_0^2}{2} \left(\frac{K^2 T_1^2}{K T_0^2} - 1\right)$$

$$\delta W = \frac{\chi V_0 P_0^2}{2} (K^2 - 1)$$

$$* W_{A_0 A_2} = -\alpha P_0 T_0 V_0 (K - 1) + \frac{\chi V_0 P_0^2}{2} (K^2 - 1)$$

$$= P_0 V_0 (K - 1) \left(-\alpha T_0 + \frac{\chi P_0}{2} (K + 1)\right)$$

$$\text{avec } P_2 = k T_2 = k T_1$$

$$P_0 = k T_0$$

$$W_{A_0 A_2} = P_0 V_0 (K - 1) \left(\frac{\chi P_0}{2} (K + 1) - \alpha T_0\right)$$

b- $A_0 \rightarrow A_2$ (directe)

$$\delta W_{AA} = -P \alpha V_0 dT + \chi P V_0 dP \Leftrightarrow \int \delta W_{AA} = \int -P \alpha V_0 dT + \int \chi P V_0 dP$$

$$W_{AA} = -\alpha V_0 \int P dT + \chi V_0 \int P dP = -\alpha V_0 k \int_{T_0}^{T_1} dT + \chi V_0 \int_{P_0}^{P_1} P dP \quad \text{avec } P = kT$$

$$W_{AA} = -\alpha V_0 P_0 \cdot \left[\frac{T^2}{2}\right]_0^{T_1} + \chi V_0 \left[\frac{P^2}{2}\right]_0^{P_1}$$

$$\text{avec } k = \frac{P_0}{T_0}$$

Habib
Kadi

2

$$W_{AA_2} = -\frac{\alpha V_0 P_0}{T_0} \left(\frac{T_2}{2} - \frac{T_0}{2} \right) + \chi V_0 \left(\frac{P_2}{2} - \frac{P_0}{2} \right)$$

$$W_{AA_2} = -\frac{\alpha V_0 P_0 T_0}{2} \left(\frac{T_2}{T_0} - 1 \right) + \frac{\chi V_0 P_0}{2} \left(\frac{P_2}{P_0} - 1 \right)$$

$$W_{AA_2} = \frac{P_0 V_0}{2} (K^{\gamma} - 1) \cdot (\chi P_0 - \alpha T_0)$$

Exercice 3:

1) La variation d'énergie interne:

$$dU = m C_V \cdot dT$$

$$\text{ou } dU = m E_V \cdot dT$$

$$\Delta U = m \cdot C_V (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{m \cdot r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

donc

$$m \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \frac{m R}{M(\gamma - 1)} (T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow m E_V (T_2 - T_1) = \frac{m \cdot R}{M(\gamma - 1)} (T_2 - T_1)$$

donc $\Delta U = 936 \text{ J}$

2) La quantité de chaleur:

$$Q = \Delta U - W = 936 - 264$$

$$\Rightarrow Q = 1200 \text{ J}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$$

$$R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

$$W = -264 \text{ J}$$

avec $C_p - C_v = r$ Relation de Meyer

$$\text{et } \frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

$$E_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

donc $\gamma C_v - C_v = r$

$$C_v = \frac{r}{\gamma - 1}$$

avec $r = \frac{R}{M}$

avec $n_H = \frac{m_H}{M_H} = \frac{6 \text{ g mol}}{2 \text{ g}}$

$$\Rightarrow n_H = 3 \text{ mol}$$

Habib Kadi

Exercice 4:

1) Le volume final V_2 :

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \Leftrightarrow V_2^{\gamma} = V_1^{\gamma} \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$\text{donc } V_2 = \sqrt[\gamma]{V_1^{\gamma} \left(\frac{P_1}{P_2} \right)} = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma} = 10 \times \left(\frac{1}{3} \right)^{3/5}$$

$$V_2 = 5,16 \text{ l}$$

adia. rév:
 $\gamma V^{\gamma} = \text{cte}$
 $V_2 < V_1$

2) Le travail reçu par le gaz:

$$\delta W = -P dV \Rightarrow W = -\int P dV = -\int P V^\gamma \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$\Rightarrow W = -A \int \frac{dV}{V^\gamma} = -A \left(\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right) \Big|_1^2 \quad \text{avec } A = P V^\gamma$$

$$\Leftrightarrow W = \frac{A}{\gamma-1} \left(V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1} \right)$$

$$A = P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$\Leftrightarrow W = \frac{1}{\gamma-1} \left(P_2 V_2^\gamma \cdot V_2^{-\gamma+1} - P_1 V_1^\gamma \cdot V_1^{-\gamma+1} \right)$$

$$\Leftrightarrow W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma-1} = \frac{5,16 \times 10^5 - 1 \times 10^5}{\frac{5}{3} - 1} = 822 \text{ J}$$

3) La variation d'énergie interne ΔU :

$$\Delta U = Q + W = W \quad \text{avec } Q = 0$$

$$\Delta U = W = 822 \text{ J}$$

La variation d'enthalpie ΔH du gaz:

$$H = U + PV$$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = P_2 V_2 - P_1 V_1 + \Delta U \quad \text{avec } P_2 V_2 - P_1 V_1 = W(\gamma-1)$$

$$\Delta H = W + (\gamma-1)W$$

$$\text{donc } \Delta H = \gamma \cdot W = \frac{5}{3} \times 822 = 1370$$

4) La variation de température ΔT du gaz:

$$\Delta U = C_v \cdot m \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{W}{m C_v}$$

$$\text{avec } C_v = \frac{R}{\gamma-1} = \frac{8,32}{\frac{5}{3}-1} = \frac{12,54}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\text{et } m = \frac{P_1 V_1}{R \cdot T_1} = 0,41 \text{ mol}$$

$$\text{donc } \Delta T = 132 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \Delta T = 298 + 132 \text{ K}$$

$$\text{donc } T_2 = 461$$

Habib
Radi

3

Thermodynamique

serie n°4:

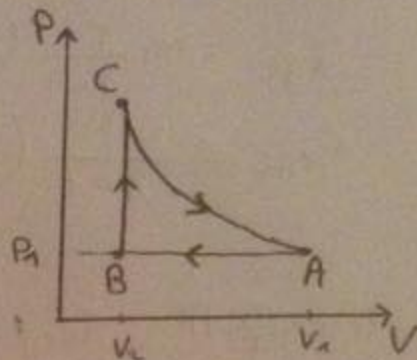
Exercice 5: $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$; $V_2 = \frac{V_1}{5} = 2 \text{ l}$; $T_1 = 300 \text{ K}$; $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$

CA: isotherme

$$P_A V_A = P_C V_C$$

$$\Rightarrow P_C = \frac{P_A V_A}{V_C} = 5 P_A = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow P_C = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



2 $\Delta W = + PdV$

*Transf. AB: $P = \text{cte}$

$$W_{AB} = -P_A (V_B - V_A) = -P_A V_A \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = \frac{4}{5} P_A V_A = 800 \text{ J} = 0,8 \text{ kJ}$$

$$\text{donc } W_{AB} = 0,8 \text{ kJ}$$

*Transf. CA: $T = \text{cte}$

$$W_{CA} = - \int P dV = - \int P V \cdot \frac{dV}{V} = -P_A V_A \cdot \ln \frac{V}{V_1}$$

$$W_{CA} = -1,6 \text{ kJ}$$

*Transf. BC: $V = \text{cte}$

$$W_{BC} = 0 \text{ J}$$

$$\text{donc } W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -0,8 \text{ kJ}$$

$$W_{\text{cycle}} = -0,8 \text{ kJ}$$

Habib Kadi

3 *transf. AB: $P = \text{cte}$

$$Q_{AB} = m C_p (T_B - T_A) = m \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_B - T_A) = \frac{m}{M} \left(\frac{\gamma R}{\gamma - 1} \right) (T_B - T_A)$$

$$= m \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_B - T_A) = m C_p (T_B - T_A)$$

$$Q_{AB} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (m R T_B - m R T_A) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (P_B V_B - P_A V_A)$$

* Transf. BC $V = cte$

$$Q_{BC} = m C_V (T_C - T_B) = m \frac{r}{\gamma - 1} (T_C - T_B)$$

$$Q_{BC} = m \frac{r}{\gamma - 1} (T_C - T_B) = \frac{1}{\gamma - 1} (m r T_C - m r T_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_C V_C - P_B V_B)$$

* Transf. AC: $Q_{CA} = -W_{CA}$ ($\Delta U_{CA} = 0$)

Habib
Kadi

$$Q_{AB} = -2,8 \text{ kJ}$$

$$Q_{BC} = 2 \text{ kJ}$$

$$Q_{CA} = 1,6 \text{ kJ}$$

$$\textcircled{1} \Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0,8 - 2,8 = -2 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U_{AB} = -2 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = 0 + 2 = 2 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U_{BC} = 2 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} = -1,6 + 1,6 = 0 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U_{CA} = 0 \text{ kJ}$$

donc $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$ en effet U est fonction d'état.

Exercice 6:

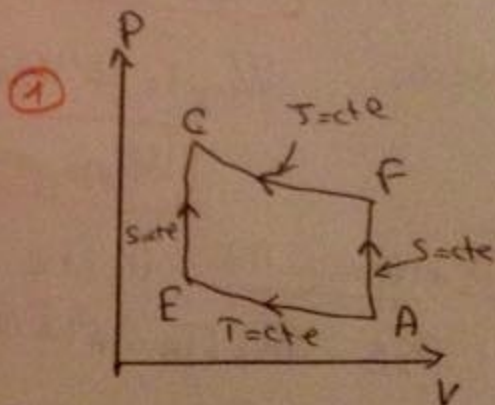
$$\textcircled{1} m = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{M P_A V_A}{R T_A} = 0,116 \text{ kg}$$

$$m = 0,116 \text{ kg}$$

$$\textcircled{2} P_A V_A = P_E V_E$$

$$P_E = P_A \frac{V_A}{V_E} = 5 P_A = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_E = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



4

entre E et C : $PV^\gamma = \text{cte}$

$$P_E V_E^\gamma = P_C V_C^\gamma$$

$$P_C = P_E \left(\frac{V_E}{V_C} \right)^\gamma \approx 13,19 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Leftrightarrow P_C = 13,19 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{ou } P_C V_C = nRT_C \Leftrightarrow T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 395 \text{ K}$$

5

$$P_A V_A^\gamma = P_F V_F^\gamma$$

$$T_A^\gamma P_A^{1-\gamma} = T_F^\gamma P_F^{1-\gamma}$$

$$P_F^{1-\gamma} = \left(\frac{T_A}{T_F} \right)^\gamma V_A^{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow P_F = \left(\frac{T_A}{T_F} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} P_A \Leftrightarrow P_F = 2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{ou } P_F V_F = nRT_F = n \frac{R}{M} T_F$$

$$\Rightarrow V_F = \frac{nRT_F}{MP_F} = 0,05 \text{ m}^3 \Leftrightarrow V_F = 0,05 \text{ m}^3$$

6 * Chemim 1: AE et EC:

AE : isotherme:

$$\int \delta W_{AE} = - \int_{AE} P dV = -nRT_A \ln \frac{V_E}{V_A} = -P_A V_A \ln \frac{V_E}{V_A} = 16,1 \text{ kJ}$$

EC : comp Adiab rev:

$$\int \delta W = - \int P dV = - \int P V^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = -P V^\gamma \int_E^C \frac{dV}{V}$$

$$= P V^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_E^C = \frac{P V^\gamma}{\gamma-1} \left[V_C^{1-\gamma} - V_E^{1-\gamma} \right]$$

$$= \frac{1}{\gamma-1} \left[P_C V_C^\gamma \cdot V_C^{1-\gamma} - P_E V_E^\gamma \cdot V_E^{1-\gamma} \right]$$

$$\text{donc } W_{EC} = \frac{P_C V_C - P_E V_E}{\gamma-1}$$

$$W_{EC} = 7,97 \text{ kJ}$$

$$\text{ou bien: } \Delta U_{EC} = Q_{EC} + W_{EC} = W_{EC}$$

$$n \cdot C_V (T_C - T_E)$$

Habib
Kadi

* Chemim AFC : AF + FC :

AF: Adiab rev: $W_{AF} = \Delta U_{AF} = mc(T_F - T_A)$

4

$$\Rightarrow W_{AF} = \frac{P_F V_F - P_A V_A}{\gamma - 1} = 7,37 \text{ kJ}$$

FC: isotherme: $\int \delta W = - \int P dV = -nRT_F \cdot \ln \frac{V_C}{V_F}$

$$W_{FC} = - \frac{P_F V_F}{\gamma} \ln \frac{V_C}{V_F} = -20,9 \text{ kJ}$$

7 om a $Q_{AF} = Q_{EC} = 0$

$Q_{AE} = -W_{AE}$ [$\Delta U = 0$] et $Q_{FC} = -W_{FC}$ [$\Delta U = 0$]

$$Q_{AE} = -16,1 \text{ kJ}$$

$$Q_{FC} = 20,9 \text{ kJ}$$

8 $\Delta U(1) = W_{AE} + W_{EC} + Q_{AE} + Q_{EC}$

$$\Delta U(2) = W_{AF} + W_{FC} + Q_{AF} + Q_{FC}$$

$\Delta U(1) \neq \Delta U(2)$ parceque (U : fonction d'état).

Habib
Kadi