UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA

FACULTE DES SCIENCES AIN CHOCK

ANNEE 2020/2021



SMPC - S1

# EXAMEN DE RATTRAPAGE DE THERMODYNAMIQUE

## Exercice I :

A faible pression, les variables d'état d'une mole d'un gaz obéissent à l'équation différentielle suivante : $dV = \frac{-RT}{P^2} dP + f(P) dT$

1- Déterminer f(P) en prenant une constante d'intégration nulle.

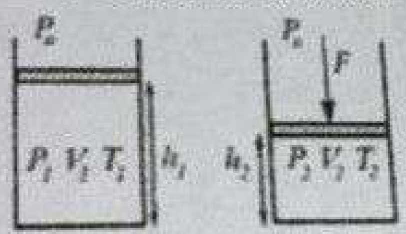
2- Déterminer l'équation d'état de ce gaz à une constante d'intégration qu'on posera égale à b et qu'on supposera positive.

3- Comparer l'équation d'état obtenue à celle des gaz parfaits. Que représente la constante b dans l'équation d'état obtenue précédemment ?

## Exercice II :

Un cylindre de section S est fermé par un piston de masse négligeable, mobile sans frottements. Le cylindre contient une masse m d'air, assimilé à un gaz parfait. L'air est initialement à la température $T_1$ et la pression $P_1 = P_a$ (pression ambiante), le piston se trouve ainsi à une hauteur $h_1$ (voir schéma ci-dessous). **L'ensemble est maintenu à température constante $T = T_1$.**

**On applique brutalement une force F = 1000 N sur le piston.** Lorsque le piston atteint l'équilibre, la pression du gaz devient $P_2$ et le volume occupé par l'air devient $V_2$.




On rappelle l'équation d'état des gaz parfaits : **PV = m.r.T** avec r = R/M : constante thermodynamique du gaz considéré

1- Calculer le volume $V_1$ occupé initialement par l'air. En déduire la hauteur $h_1$.

2- Montrer, à partir de l'équilibre mécanique du piston, que la pression $P_2$ s'écrit sous la forme : $P_2 = P_1 + \frac{F}{S}$. Calculer alors le facteur de compression $\tau = {}^{P_2}/_{P_1}$

3- Calculer le volume $V_2$ qu'occupe l'air dans l'état final. En déduire la hauteur $h_2$.

4- Calculer le travail W reçu par l'air au cours de cette compression. En déduire la quantité de chaleur Q échangée par l'air avec le milieu extérieur.

On donne : **$S = 10^{-2}$ m$^2$, m = 7,25 g , $T_1$=300 K, $P_1 = P_a = 10^5$ Pa, r = R/M = 287 J.K$^{-1}$.kg$^{-1}$**

Bon courage !

Exercice 1 : 2020/2021.

$$dV = -\frac{RT}{P^2}dP + f(P)dT$$

1) On a $dV \Rightarrow$ DTE ① Donc : $\frac{\partial^2 V}{\partial P \partial T} = \frac{\partial^2 V}{\partial T \partial P}$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial P}dP + \frac{\partial V}{\partial T}dT$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P \partial T} = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) = \frac{\partial f(T)}{\partial P} \Rightarrow \frac{\partial f(P)}{\partial P} = -\frac{R}{P^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right) = \frac{-R}{T^2}$$

$$f(P) = \frac{R}{P} + \cancel{cst} \rightarrow 0$$

$$f(P) = \frac{R}{P}$$

2) $\frac{\partial V}{\partial T} = f(P) = \frac{R}{P} \Rightarrow V = \int \frac{R}{P}dT = \frac{RT}{P} + g(P)$

$$\frac{\partial V}{\partial P} = \frac{-RT}{P^2} + \frac{\partial g(P)}{\partial P} = -\frac{RT}{P^2} \Rightarrow \frac{\partial g(b)}{\partial P} = 0$$

$$\Rightarrow g(P) = cst = b$$

3) $V = \frac{RT}{P} + b$ $\qquad$ $b$ = Voulume $\Rightarrow$ covolume.

$$PV = RT + Pb$$

$P_1, V_1, T_1 \xrightarrow[\text{isotherme}]{\text{irréversible}} P_2, V_2, T_2$

1) $V_1 = \dfrac{m\,r\,T_1}{P_1} = \dfrac{7{,}25\times10^{-3}\times 287\times 300}{10^5} = 6{,}24\ l = 6{,}24\times10^{-3}\,m^3$

2) On a le système dans l'équilibre mécanique

$V_1 = h_1 \cdot S \Rightarrow h_1 = \dfrac{V_1}{S} = \dfrac{6{,}24\times10^{-3}}{10^{-2}}$, $h_1 = 0{,}624\ m$

Donc d'après le 1er principe de Newton $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$

Avec : $F_1 = \dfrac{F}{S}$

$F_2 = P_1 S$

$F_3 = -P_2 S$

$\Rightarrow \dfrac{F}{S} + P_1 - P_2 = 0$

$P_2 = P_1 + \dfrac{F}{S}$

$\dfrac{P_2}{P_1} = 1 + \dfrac{F}{S P_1} = 1 + \dfrac{10^3}{10^{-2}\,10^5} = 1 + 1 = 2$

$$\boxed{P_2 = 2P_1}$$

3) $V_2 = \dfrac{m\,r\,T_2}{P_2} = \dfrac{7{,}25\times10^{-3}\times 287\times 300}{2\times10^5} = 3{,}12\ l = 3{,}12\times10^{-3}\,m^3$

$h_2 = \dfrac{V_2}{S} = 0{,}312\ m$

4) $W = \int -P\,dV = -P_2\int_{V_1}^{V_2} dV = -P_2(V_2 - V_1)$

$= -2\times10^5\,(6{,}24\times10^{-3} - 3{,}12\times10^{-3})$

$= -2\times10^2\,(6{,}24 - 3{,}12)$

$= -6{,}24\times10^2\ J$

$\Delta U = W + Q = 0$

$\Rightarrow Q = -W = 6{,}24\times10^2\ J$