

Devoir De Thermodynamique I

Durée 1H30

Nom		Groupe N° Apogée	
Prénom		Note	

Exercice 1 :

Soit la fonction $S(V, T)$ telle que :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{3R}{2T} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{V} \quad \text{où } R \text{ est une constante}$$

a - Ecrire dS

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV = \frac{3R}{2T} dT + \frac{1}{V} dV$$

b - Déterminer la fonction $S(V, T)$ entre les états (V_0, T_0) et (V, T)

$$\int_{S_0}^S dS = \int_{T_0}^T \frac{3R}{2T} dT + \int_{V_0}^V \frac{1}{V} dV = S - S_0 = \frac{3}{2} R \left[\ln(T) \right]_{T_0}^T + \left[\ln(V) \right]_{V_0}^V$$

$$S - S_0 = \frac{3}{2} R \left(\ln(T) - \ln(T_0) \right) + \left(\ln(V) - \ln(V_0) \right) = \frac{3}{2} R \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

c - Montrer que S est une fonction d'état

$$S \text{ est une fonction d'état} \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{3R}{2T} \right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S \text{ est une d'état}$$

Exercice 2 :

On mélange dans un calorimètre, qui est au départ à la température de $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$, une masse $m_1 = 100\text{g}$ d'eau à la température de $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$, une masse $m_2 = 200\text{g}$ d'eau à la température de $\theta_2 = 40^\circ\text{C}$ et une masse $m_3 = 50\text{g}$ d'eau à la température de $\theta_3 = 10^\circ\text{C}$.
La valeur en eau du calorimètre est $\rho = 150\text{g}$.

T. LACHHAB

Année universitaire 2020_2021

$$V_2 = 0,00832 \text{ m}^3 \quad / \quad T_2 = \frac{P_0 V_2}{R} = \frac{10^5 \cdot 38,7 \cdot 10^{-3}}{8,314} = 456,81 \text{ K}$$

c- Calculez la quantité de chaleur Q_1 et le travail W_1 mis en jeu au cours de l'évolution isotherme

$$\int \delta Q_1 = -P dV = -\frac{RT}{V} dV = W_1 = -RT \int \frac{dV}{V}$$

$$W_1 = -RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -8,314 \ln\left(\frac{0,00832}{0,01}\right) = 0,67 \text{ J}$$

d- Calculez le travail W_2 mis en jeu au cours de l'évolution adiabatique.

$$\delta Q_2 = 0 \quad \text{et} \quad \delta W_2 = P dV \quad \text{car} \quad P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma = P V^\gamma$$

$$\int \delta W_2 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P_2 V_2^\gamma}{V^\gamma} dV = -\frac{P_2 V_2^\gamma}{\gamma-1} \left[\frac{1}{V^{\gamma-1}} \right]_{V_1}^{V_2} = -\frac{P_2 V_2^\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right)$$

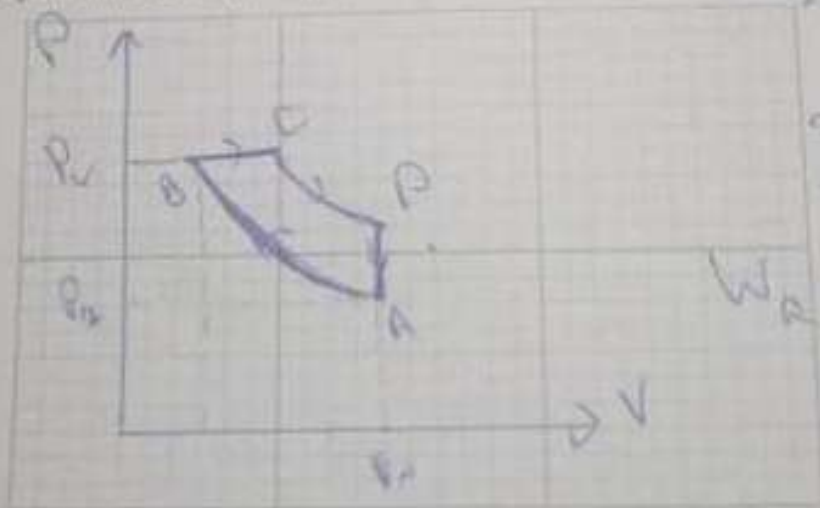
$$W_2 = -\frac{P_2 V_2^\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right) = -\frac{2}{2-2} \left(\frac{P_2 V_2^{2-2}}{2-2} - \frac{P_1 V_1^{2-2}}{2-2} \right)$$

Exercice 4 :

On fait subir à une mole de gaz parfait le cycle réversible suivant :

AB : Compression adiabatique : A(P_1, V_1, T_1) ; B(P_2, V_2, T_2) suivi de BC : Détente isobare : C(P_2, V_3, T_3) puis de CD : Détente adiabatique : D(P_1, V_4, T_4) et enfin de DA : transformation isochore ramenant le gaz à l'état initial.

1) Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.



$$W_{AB} = -\frac{2}{2-2} (P_2 V_2^{2-2} - P_1 V_1^{2-2})$$

$$W_{BC} = \frac{P_2}{\gamma-1} (P_2 V_3 - P_2 V_2)$$

$$W_{CD} = -\frac{2}{2-2} (P_1 V_4^{2-2} - P_2 V_3^{2-2})$$

$$W_{DA} = \frac{1}{\gamma-1} (P_1 V_4 - P_1 V_4)$$

On désire refroidir une mole de gaz parfait diatomique en lui faisant subir une compression isotherme suivie d'une détente adiabatique. Ce gaz est contenu dans un cylindre fermé par un piston glissant sans frottement. Au départ, le gaz est à la température $T_1 = 300 \text{ K}$ et sa pression est $P_0 = 1 \text{ bar}$. La valeur de $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ est exacte.

1) Dans une première opération on comprime le gaz de manière isotherme réversible jusqu'à la pression $P_1 = 3 \text{ bar}$ puis on le détend de manière adiabatique réversible jusqu'à P_0 .

a- Calculez le volume V_1 après cette compression. (Faire un diagramme pour s'aider ; pas obligatoire) on a $R = 8,32 \text{ S.I}$ et $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$

$P_1 V_1 = n R T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{n R T_1}{P_1} = \frac{1 \cdot 8,32 \cdot 300}{3 \cdot 10^5} = 0,00832 \text{ m}^3$

b- Quelle est la température T_2 en fin d'évolution adiabatique

$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 300 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 205,32 \text{ K}$

T. LACHHAB
Année universitaire 2020-2021



au point A ($T = 300 \text{ K}$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, V_0)

B ($T = 300 \text{ K}$, $P_1 = 3 \text{ bar}$)
C ($T = T_2$, P_0 , V_2)

$P_0 = P_0$