**Matière :**

**Niveau :**

**Durée : … h**

Triangle rectangle et cercle

**Professeur :**

**Année Scolaire :**

**Etablissement :**

Le triangle rectangle joue un rôle important dans la géométrie et intervient dans plusieurs configurations et problème. Plusieurs propriétés sont reliées au triangle rectangle comme le théorème de Pythagore, les rapports trigonométriques. Le cercle circonscrit au triangle rectangle a aussi des propriétés géométriques intéressantes comme par exemple d’avoir l’hypoténuse du triangle comme diamètre et ce qui en découle comme autres propriétés.

**ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES**

* Connaitre la propriété du triangle rectangle et son cercle circonscrit.
* Connaitre le théorème de Pythagore.
* Calculer le carré de la longueur d’un côté d’un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.
* Connaitre le COSINUS d’un triangle rectangle.

**COMPÉTENCES EXIGIBLES**

Cercle – les angles d’un triangle – triangle rectangle – les droites remarquable dans un triangle -

**PRE-REQUIS**

* Théorème de Pythagore.(3 APIC)
* Calcul trigonométrique

**EXTENSIONS**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
| **Connaitre la propriété du milieu de l’hypoténuse d’un triangle** | **Activité ❶ :**1. ABCD est un rectangle de centre O.
2. Montrer que O appartient au médiatrice du segment .
3. Déduire que .
4. ABC est un triangle rectangle en A.

 I le milieu de .1. Construire la figure.
2. Montrer que  .
3. Construire le cercle de centre I et de rayon IA. Que remarquez-vous ?
 | 1. **Le milieu de l’hypoténuse d’un triangle :**

**Propriété ❶ :****Le milieu de l’hypoténuse d’un triangle rectangle est équidistant de ses sommets.****Autrement dit :****ABC est un triangle rectangle en A.****Si M est le milieu du segment  alors :  et** **Exemple :****ABC est un triangle rectangle en A.****M est le milieu du segment  donc**  **Propriété ❷ :**Dans un triangle rectangle, l’hypoténuse est un diamètre de son cercle circonscrit.**Conséquence :****EFG est un triangle et  son cercle circonscrit*** **Si EFG est un triangle rectangle alors :**
* **Le centre du cercle  est le milieu du segment .**
* **Le rayon du cercle  est**
 | **Application :****On considère la figure ci-dessous :****FGH et EFG sont deux triangles rectangles en H et E respectivement.****Montrer que**   |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
| **Connaitre la propriété réciproquedu milieu de l’hypoténuse d’un triangle** | **Activité ❷ :****ABC est un triangle et I le milieu du segment tels que .**1. **Construire la figure.**
2. **Montrer que .**
3. **Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier ta réponse.**
 | **La propriété réciproque de l’hypoténuse d’un triangle rectangle :****Propriété ❸ :**ABC est un triangle et I est le milieu du segment .Si  alors le triangle ABC est rectangle en A.**Exemple :****ABC est un triangle** **E le milieu de  et** **ABC est un triangle rectangle en B** | **Application :****EFG est un triangle isocèle en E , et H le symétrique du point F par rapport au point E.**1. **Construire la figure.**
2. **Quelle est la nature du triangle EFG ? justifier ta réponse.**
 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
|  | **Activité ❸ :**Tracer un cercle  de diamètre . Et A un point de ce cercle différent de B et C.1. Que remarquer-vous pour la nature du triangle ABC ?
2. Justifier votre remarque.
 | **La propriété réciproque du cercle circonscrit au triangle rectangle :****Propriété ❹ :****Soient A, B et C trois points d’un cercle de centre O.****Si O est le milieu du segment  alors le triangle ABC est rectangle en A**.**Exemple :****On a ABC est un triangle rectangle en A et est un triangle rectangle en  et  est un triangle rectangle en .**http://e.maxicours.com/img/2/5/0/2/250205.jpg | **Application :****Soit  le cercle de diamètre . D et C sont deux points de ce cercle tels que les deux droites  et  sont sécantes en I. et les deux droites  et  sont sécanntes en J.**1. **Construire la figure.**
2. **Montrer que les points C ; D ; I ;et J sont appartiens au même cercle en trouvant son diamètre.**
 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
| **Connaitre le théorème de Pythagore** | **Activité ❹ :****Soit ABC un triangle tels que AB=4cm ; AC=5cm et BC=8cm.**1. **Comparer  et .**
2. **Construire le triangle ABC.**
3. **Que remarquer-vous pour la nature du triangle ABC ?**
 | 1. **Théorème de Pythagore :**

**Théorème :****Si ABC est un triangle rectangle alors le carré de l’hypoténuse est égale la somme des carrés des côtés de l’angle droit.****Autrement dit :**Si ABC est un triangle rectangle en A alors :  **Exemple ❶:**ABC est un triangle rectangle en Ahttp://warmaths.fr/MATH/geometr/TRIANGLE/p4_triangle_rectangle_fichiers/image010.jpg  **Remarque :**ABC est un triangle rectangle en A : Donc  et  **Exemple ❷ :**EFG est un triangle rectangle en E tels que EF=3cm et EG=4cm. Calculer FG. | **Application :****EFG est un triangle en E. tels que EG=5cm et FG=8cm.****Calculer EF** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
| **Connaitre le Cosinus d’un triangle rectangle** | **Activité de rappel :****Calculer le nombre a dans tous les cas :** **Activité :**http://www.educastream.com/IMG/Image/formules-trigonometriques-05.png**On considère le triangle ABO rectangle en A.****Tels que AB=3 ; AO=4**1. **Calculer BO.**
2. **Calculer la proportion  .**
3. **Vérifier que .**
4. **Déduire la valeur du proportion .**

**« la proportion  est appelé COSINUS de l’angle  et s’écrit**   | 1. **Cosinus d’un angle :**

**Définition :****Le cosinus d’un angle aigu dans un triangle rectangle est le rapport entre les longueurs du côté adjacent et de l’hypoténuse.****Longueur du côté adjacent à l’angle aigu****Exemple :****Longueur de l’hypoténuse**https://www.ilemaths.net/img/fiches/maths-quatrieme/maths_4_triangles_rectangles_cosinus_angle_aigu_cours_01.gif**On utilisons des symboles :****ABC est un triangle rectangle en A.****Le Cosinus de l’angle  est**  .**Remarque :****Puisque l’hypoténuse est le plus grand côté d’un triangle rectangle alors le cosinus d’un angle aigu est compris entre 0 et 1 c-à-d :**  | **Application :****Soit ABC est un triangle rectangle en A tels que :****AB=3cm et AC=4cm.****Calculer .** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
|  |  |   |  |