**Matière : mathématique**

**Niveau : 2APIC**

**Durée : … h**

**Triangle rectangle et cercle –**

**Théorème de Pythagore et cosinus**

**Professeur : ………..**

**Année Scolaire :2018-2019**

**Etablissement : ………………..**

**ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES**

* Caractériser le triangle rectangle par la propriété de Pythagore.
* Calculer la longueur d’un côté d’un triangle rectangle à partir de celle des deux autres. En donner, s’il y a lieu, une valeur approchée, en faisant usage de la touche $√ $d’une calculatrice.
* Déterminer le cosinus d’un angle aigu.

**COMPÉTENCES EXIGIBLES**

* Calculer le carré d’un nombre.
* Calculer l’aire d’un triangle.

**PRE-REQUIS**

* Calcule trigonométrique

**EXTENSIONS**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
| **La****propriété du milieu de** **l’hypoténu-se****La****propriété réciproque du milieu de** **l’hypoténu-se****Utiliser la définition de la racine carrée****Caractéris-er le triangle rectangle par** **la propriété de Pythagore****Déterminer le cosinus d’un angle aigu** | * **Activité 1 :**

ABC est un triangle rectangle en A et I est le milieu de [BC].1. Construire la figure.
2. Soit ($∆)$ la médiatrice de segment [AB], montrer que I appartient à ($∆) $?
3. Conclure que : IA=IB=IC.
4. Construire le cercle ($C)$

de centre I et de rayon IA.  **Que remarques-tu ?*** **Activité 2 :**
1. Construire un cercle de centre O et de diamètre [AB].
2. Soient M et N deux points de cercle ($C)$.
3. Que remarques-tu à propos les triangles ABM et ABN ?
* **Activité 3 :**
1. Calculer $3^{2} et (-3)^{2} ?$

   **Que remarques-tu ?**1. Écrire sous la forme $a^{n} $où **a** un nombre rationnel et **n** nombre entier naturel :

**81 ; 121 ; 16 ; 4.**1. Existe-t-il un nombre dont le carré soit négatif ? Justifie.

 On a : $3^{2}=9 ⟺ \sqrt{9}=3$$$Le nombre positif dont le carré est 9 est$$$ noté \sqrt{9} $se lit « racine carrée de 9 ».* **Activité 4 :**
1. Complète le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **2** | **3** | **4** | **10** | **11** |
| $$a^{2}$$ |  |  |  |  |  |
| $$\sqrt{a^{2}}$$ |  |  |  |  |  |

* **Que remarques-tu ?**
1. **Calculer :**

$$\sqrt{4×9} et \sqrt{4}×\sqrt{9}$$* **Que remarques-tu ?**
1. **Calculer :**

$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} $**et** $\sqrt{\frac{4}{25}}$* $ Que remarques-tu?$
1. **Calculer :**

$$\sqrt{4+9} et \sqrt{4}+\sqrt{9}$$* **Que remarques-tu ?**
1. **Calculer :**

$$(\sqrt{9})^{2} ; (\sqrt{16})^{2}$$* **- Que remarques-tu ?**
* **Activité 5 :**
1. ABC est un triangle tel que :

 **AB=3 cm ; AC=4 cm ; BC=5 cm.**1. Construire le triangle ABC.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ?
3. Montrer que :

**BC² = AB² + AC².**1. ABC est un triangle tel que :

 **AB=4 cm ; AC=5 cm ; BC=8 cm.**1. Comparer :

**BC² et AB² + AC².**1. Construire le triangle ABC**.**
2. Que remarques-tu à-propos la nature de ABC ?
* **Activité 6 :**

1. Mesurer au rapporteur l'angle A$\hat{C}$B. Puis, mesurer les longueurs suivantes : CD et CE, FC et GC, AC et BC.

Compléter les pointillés suivants :A$\hat{C}$B ≃ .......... CD =.......... ; CE =...........; $\frac{CD}{CE}$=..........≃.......... CF =........ ; CG =.......... ; $\frac{CF}{CG}$ =..........≃........... CA =........ ; CB =.......... ; $\frac{CA}{CB}$ =.........≃............ 1. Que constate-t-on concernant les trois rapports précédents?...............................

  Ce nombre s'appelle le ......................de l'angle A$\hat{C}$B.  Ce nombre est indépendant du triangle rectangle choisi (ou bien CDE, ou bien CFG, ou bien CAB)  | 1. **Triangle rectangle et cercle:**
2. **Définition :**

 Dans un triangle rectangle, l’**hypoténuse** est le **côté opposé** à **l’angle droit**. * **Exemple :**

 Sur la figure ci-contre : - le triangle ABC est rectangle en A ;- le côté [BC] est l’hypoténuse du triangle ABC. 1. **Propriété :**

 Si un triangle est rectangle, alors le milieu de l’hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.* **Exemple :**

 Si ABC un triangle rectangle en Aet I est le milieu de [BC], alors : **IA=IB=IC**.* **Conséquence :**

 Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l’hypoténuse est égale à la moitié de l’hypoténuse.* **Exemple :**

**IA = IB = IC =** $\frac{BC}{2}$1. **Propriété réciproque :**

 Si le milieu d’un côté d’un triangle est le centre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.* **Exemple :**

 **Soit ABC un triangle et I est** **le milieu de [BC].**  **Si : IA=IB=IC,****alors : le triangle ABC est** **rectangle en A.**1. **Présentation des nombres réels:**
2. **La racine carrée :**
	1. **Définition :**

 La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $√a$ , dont le carré est a.  Le symbole $√$ est appelé « radical ».* **Exemple :**
* $13^{2}=169$, on dit que 169 est le carré du nombre rationnel positif 13, et 13 est la racine carrée du nombre 169.
* $x^{2}=2, $on dit que x est la racine carrée du nombre 2, et on écrit : x=$√2$.
* **Remarque 1 :** $\sqrt{a}$ n'a pas de sens lorsque a est un nombre strictement négatif.
* **Remarque 2 :** le nombre $√2$ n’est pas un nombre rationnel mais c’est un nombre réel.
	1. **Règle :**

 Pour tout nombre rationnel positif a, $(\sqrt{a})^{2}=a$ et$ \sqrt{a^{2}}$=a.* **Exemple :**

$$\left(\sqrt{81}\right)^{2}=81 ; \left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^{2}=\frac{3}{4} ; \sqrt{15^{2}}=15$$* 1. **Les opérations sur les racines carrées :**
* **Propriété :**

a et b désignent deux nombres réels positifs et b non nul, on a :$$\sqrt{a×b}=\sqrt{a}×\sqrt{b} ; \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$* **Exemples :**

 **Simplifier les expressions suivantes :**$$\sqrt{4×25}=\sqrt{4}×\sqrt{25}=\sqrt{2^{2}}×\sqrt{5^{2}}=2×5=10.$$$$\sqrt{12}=\sqrt{4×3}=\sqrt{4}×\sqrt{3}=\sqrt{2^{2}}×\sqrt{3}=2×\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$$$\sqrt{\frac{2}{49}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{49}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7^{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{7}$$$$\sqrt{\frac{1}{81}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{81}}=\frac{\sqrt{1^{2}}}{\sqrt{9^{2}}}=\frac{1}{9}$$* **Attention :**

$\sqrt{a+b}\ne \sqrt{a}+\sqrt{b}$ **;** $\sqrt{a-b}\ne \sqrt{a}-\sqrt{b}$1. **Théorème de Pythagore :**
* **Théorème de Pythagore :**

 Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l’hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. * **Remarque :**

 Le théorème de Pythagore ne s’applique qu’aux triangles rectangles. Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d’un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.* **Exemple :**

 ABC est un triangle rectangle en A tel que :AB=8 cm ; AC=6 cm. **Calculer BC ?*** **Réponse :**

On a : ABC est un triangle rectangle en A.Donc : d’après le théorème de Pythagore, on a : BC² = AB² + AC²C’est-à-dire : BC² = $8^{2}+6^{2}$C’est-à-dire : BC² = 64 + 36C’est-à-dire : BC² = 100C’est-à-dire : BC² = $10^{2}$ (car BC > 0)Donc  : BC = 10 cm* **Remarque :**

  Si un triangle est rectangle alors la longueur de l’hypoténuse est supérieure strictement aux longueurs des deux autres côtés. Dans l’exemple précédent : BC > AB et BC > AC.1. **Cosinus d’un angle aigu :**
* **Définition :**

 Dans un triangle **rectangle**, chaque **angle aigu** est déterminé par deux côtés : l’**hypoténuse** et le **côté adjacent** à cet angle. * **Exemple :**
* Le triangle ABC est rectangle en C.
* L'hypoténuse du triangle ABC est le côté [AB].
* Le côté adjacent à l'angle $\hat{A}$ est le côté [AC].

* **Définition :**

 Dans un triangle **rectangle**, le **cosinus** d’un angle aigu est égal au **quotient** de la longueur du **côté adjacent** à cet angle par la longueur de l’**hypoténuse**.* **Exemple 1 :**

 Si ABC est un triangle rectangle en C, alors :* **Exemple 2 :**

 Si EFG est un triangle rectangle en F, alors :* **Remarque :**

Soit $∝$ la mesure d’un angle aigu.**0 < cos**$ ∝$ **< 1** | * **Application 1 :**

 ABC est un triangle rectangle en C et ABD est un triangle rectangle en D et le point O est le milieu de [AB].1. Construire la figure.
2. Montrer que OC=OD ?
* **Application 2 :**

 EFG est un triangle rectangle en E et le point O est le milieu de [FG]. Montrer que O est le centre du cercle circonscrit au triangle EFG en déterminant son rayon ?* **Application 3 :**

 AEB un triangle isocèle en point E et C le symétrique de A par rapport à E.1. Construire la figure.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle ?
* **Application 4 :**

**Compléter :** 6² = 36, donc $\sqrt{36}$= …. 4² = 16, donc $\sqrt{16}$= …. $\sqrt{25}$= …. ; $\sqrt{4}$= ….. ; $\sqrt{1}$= …. $\sqrt{4^{2}}$= …. ; ( $√5$)² = ….. * **Application 5 :**

 **Calculer :**$$\frac{4}{\sqrt{9}} ; \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} ; \sqrt{0,25} ; \sqrt{0,04} ;$$$ \sqrt{\frac{196}{81}} ; \sqrt{\frac{121}{169}} $**;** $$\sqrt{27} ; \sqrt{\frac{3}{16}} ; \sqrt{\frac{8}{18}} ; $$$$\frac{\sqrt{4}}{3}+\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} ; \sqrt{25}-\sqrt{81} ; $$$$\sqrt{\frac{9}{7}}×\sqrt{7}$$* **Application 6 :**
1. NIV est un triangle rectangle en V tel que VI=4 cm et VN=5 cm.

 **Calculer NI ?**1. ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB = $\frac{4}{5} $et

BC = $\frac{3}{5}$.   **Calculer AC ?*** **Application 7 :**

 ABC est un triangle rectangle en B tel que :AB = 3 cm ; AC = 5 cm.1. **Calculer BC ?**
2. **Calculer cos**$\hat{ACB}$**et cos**$\hat{BAC}$**?**
* **Application 8 :**

 Soit ABC un triangle rectangle en A tel que :BC=6 cm et A$\hat{B}$C = 35°. **Calculer AB ?** |
|  |  |  |  |