**Matière : mathématique**

**Niveau : 2APIC**

**Durée : … h**

**Triangle rectangle et cercle –**

**Théorème de Pythagore et cosinus**

**Professeur : ………..**

**Année Scolaire :2018-2019**

**Etablissement : ………………..**

**ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES**

* Caractériser le triangle rectangle par la propriété de Pythagore.
* Calculer la longueur d’un côté d’un triangle rectangle à partir de celle des deux autres. En donner, s’il y a lieu, une valeur approchée, en faisant usage de la touche d’une calculatrice.
* Déterminer le cosinus d’un angle aigu.

**COMPÉTENCES EXIGIBLES**

* Calculer le carré d’un nombre.
* Calculer l’aire d’un triangle.

**PRE-REQUIS**

* Calcule trigonométrique

**EXTENSIONS**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Objectif** | **Activités** | **Contenu de cours** | **Applications** |
| **La**  **propriété du milieu de**  **l’hypoténu-se**  **La**  **propriété réciproque du milieu de**  **l’hypoténu-se**  **Utiliser la définition de la racine carrée**  **Caractéris-er le triangle rectangle par**  **la propriété de Pythagore**  **Déterminer le cosinus d’un angle aigu** | * **Activité 1 :**   ABC est un triangle rectangle en A et I est le milieu de [BC].   1. Construire la figure. 2. Soit ( la médiatrice de segment [AB], montrer que I appartient à (? 3. Conclure que : IA=IB=IC. 4. Construire le cercle (   de centre I et de rayon IA.  **Que remarques-tu ?**   * **Activité 2 :**  1. Construire un cercle de centre O et de diamètre [AB]. 2. Soient M et N deux points de cercle (. 3. Que remarques-tu à propos les triangles ABM et ABN ?  * **Activité 3 :**  1. Calculer     **Que remarques-tu ?**   1. Écrire sous la forme où **a** un nombre rationnel et **n** nombre entier naturel :   **81 ; 121 ; 16 ; 4.**   1. Existe-t-il un nombre dont le carré soit négatif ? Justifie.   On a :  se lit « racine carrée de 9 ».   * **Activité 4 :**  1. Complète le tableau suivant :  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **a** | **2** | **3** | **4** | **10** | **11** | |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  * **Que remarques-tu ?**  1. **Calculer :**  * **Que remarques-tu ?**  1. **Calculer :**   **et**   1. **Calculer :**  * **Que remarques-tu ?**  1. **Calculer :**  * **- Que remarques-tu ?** * **Activité 5 :**  1. ABC est un triangle tel que :   **AB=3 cm ; AC=4 cm ; BC=5 cm.**   1. Construire le triangle ABC. 2. Quelle est la nature du triangle ABC ? 3. Montrer que :   **BC² = AB² + AC².**   1. ABC est un triangle tel que :   **AB=4 cm ; AC=5 cm ; BC=8 cm.**   1. Comparer :   **BC² et AB² + AC².**   1. Construire le triangle ABC**.** 2. Que remarques-tu à-propos la nature de ABC ?  * **Activité 6 :**      1. Mesurer au rapporteur l'angle AB. Puis, mesurer les longueurs suivantes : CD et CE, FC et GC, AC et BC.   Compléter les pointillés suivants :  AB ≃ ..........  CD =.......... ; CE =...........; =..........≃..........  CF =........ ; CG =.......... ; =..........≃........... CA =........ ; CB =.......... ; =.........≃............     1. Que constate-t-on concernant les trois rapports précédents?...............................     Ce nombre s'appelle le ......................de l'angle AB.  Ce nombre est indépendant du triangle rectangle choisi (ou bien CDE, ou bien CFG, ou bien CAB) | 1. **Triangle rectangle et cercle:** 2. **Définition :**   Dans un triangle rectangle, l’**hypoténuse** est le **côté opposé** à **l’angle droit**.   * **Exemple :**   Sur la figure ci-contre :  - le triangle ABC est rectangle en A ;  - le côté [BC] est l’hypoténuse du triangle ABC.     1. **Propriété :**   Si un triangle est rectangle, alors le milieu de l’hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.     * **Exemple :**   Si ABC un triangle rectangle en A  et I est le milieu de [BC],  alors : **IA=IB=IC**.   * **Conséquence :**   Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l’hypoténuse est égale à la moitié de l’hypoténuse.   * **Exemple :**   **IA = IB = IC =**   1. **Propriété réciproque :**   Si le milieu d’un côté d’un triangle est le centre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.   * **Exemple :**     **Soit ABC un triangle et I est**  **le milieu de [BC].**  **Si : IA=IB=IC,**  **alors : le triangle ABC est**  **rectangle en A.**   1. **Présentation des nombres réels:** 2. **La racine carrée :**    1. **Définition :**   La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté , dont le carré est a.  Le symbole est appelé « radical ».   * **Exemple :** * , on dit que 169 est le carré du nombre rationnel positif 13, et 13 est la racine carrée du nombre 169. * on dit que x est la racine carrée du nombre 2, et on écrit : x=. * **Remarque 1 :** n'a pas de sens lorsque a est un nombre strictement négatif. * **Remarque 2 :** le nombre n’est pas un nombre rationnel mais c’est un nombre réel.   1. **Règle :**   Pour tout nombre rationnel positif a, et=a.   * **Exemple :**   1. **Les opérations sur les racines carrées :** * **Propriété :**   a et b désignent deux nombres réels positifs et b non nul, on a :   * **Exemples :**   **Simplifier les expressions suivantes :**   * **Attention :**   **;**   1. **Théorème de Pythagore :**  * **Théorème de Pythagore :**   Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l’hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.   * **Remarque :**   Le théorème de Pythagore ne s’applique qu’aux triangles rectangles. Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d’un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.   * **Exemple :**   ABC est un triangle rectangle en A tel que :  AB=8 cm ; AC=6 cm.  **Calculer BC ?**   * **Réponse :**   On a : ABC est un triangle rectangle en A.  Donc : d’après le théorème de Pythagore, on a :  BC² = AB² + AC²  C’est-à-dire : BC² =  C’est-à-dire : BC² = 64 + 36  C’est-à-dire : BC² = 100  C’est-à-dire : BC² = (car BC > 0)  Donc  : BC = 10 cm   * **Remarque :**     Si un triangle est rectangle alors la longueur de l’hypoténuse est supérieure strictement aux longueurs des deux autres côtés.  Dans l’exemple précédent : BC > AB et BC > AC.   1. **Cosinus d’un angle aigu :**  * **Définition :**   Dans un triangle **rectangle**, chaque **angle aigu** est déterminé par deux côtés : l’**hypoténuse** et le **côté adjacent** à cet angle.   * **Exemple :** * Le triangle ABC est rectangle en C. * L'hypoténuse du triangle ABC est le côté [AB]. * Le côté adjacent à l'angle  est le côté [AC].      * **Définition :**   Dans un triangle **rectangle**, le **cosinus** d’un angle aigu est égal au **quotient** de la longueur du **côté adjacent** à cet angle par la longueur de l’**hypoténuse**.   * **Exemple 1 :**   Si ABC est un triangle rectangle en C, alors :       * **Exemple 2 :**   Si EFG est un triangle rectangle en F, alors :     * **Remarque :**   Soit la mesure d’un angle aigu.  **0 < cos < 1** | * **Application 1 :**   ABC est un triangle rectangle en C et ABD est un triangle rectangle en D et le point O est le milieu de [AB].   1. Construire la figure. 2. Montrer que OC=OD ?  * **Application 2 :**   EFG est un triangle rectangle en E et le point O est le milieu de [FG].  Montrer que O est le centre du cercle circonscrit au triangle EFG en déterminant son rayon ?   * **Application 3 :**   AEB un triangle isocèle en point E et C le symétrique de A par rapport à E.   1. Construire la figure. 2. Montrer que le triangle ABC est rectangle ?  * **Application 4 :**   **Compléter :**  6² = 36, donc = ….  4² = 16, donc = ….  = …. ; = ….. ; = ….  = …. ; ( )² = …..   * **Application 5 :**   **Calculer :**  **;**   * **Application 6 :**  1. NIV est un triangle rectangle en V tel que VI=4 cm et VN=5 cm.   **Calculer NI ?**   1. ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB = et   BC = .  **Calculer AC ?**   * **Application 7 :**   ABC est un triangle rectangle en B tel que :  AB = 3 cm ; AC = 5 cm.   1. **Calculer BC ?** 2. **Calculer cos et cos?**  * **Application 8 :**   Soit ABC un triangle rectangle en A tel que :  BC=6 cm et AC = 35°.    **Calculer AB ?** |
|  |  |  |  |